

Unterhaltungsmathematik

Auf den Spuren von Erdős, Gardner & Co.

Dr. Andreas Steiger

FS 2016

Grundsätzliches

- ▶ Jeden Mittwoch, 15-17, hier im HG G 5
- ▶ 2 Credits für Mathematik BSc, Ergänzendes Fach. Aber alle sind willkommen!
- ▶ Prüfung in der letzten Vorlesungsstunde, 1. Juni.
 - ▶ 90 Minuten schriftlich
 - ▶ Keine Hilfsmittel
 - ▶ Besuchen jeder Vorlesung bei aktiver Teilnahme an der Vorlesung soll genügen
 - ▶ Inhalt: Hauptsächlich hier behandelte Aufgaben
- ▶ Inhalt der Vorlesung: Schöne, elementare, unterhaltende Mathematik!

Paul Erdős, 1913 – 1996

[When asked why are numbers beautiful?]

"It's like asking why is Ludwig van Beethoven's Ninth Symphony beautiful. If you don't see why, someone can't tell you. I know numbers are beautiful. If they aren't beautiful, nothing is."

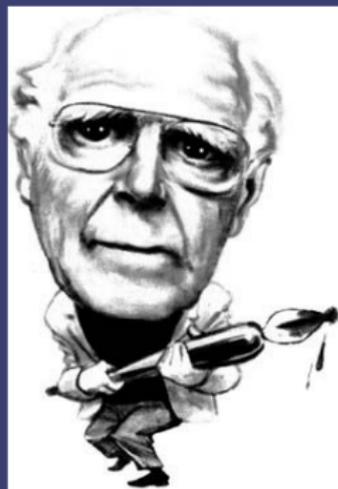
- Paul Erdos



Martin Gardner, 1914 – 2010

A surprising proportion of mathematicians are accomplished musicians. Is it because music and mathematics share patterns that are beautiful?

Martin Gardner



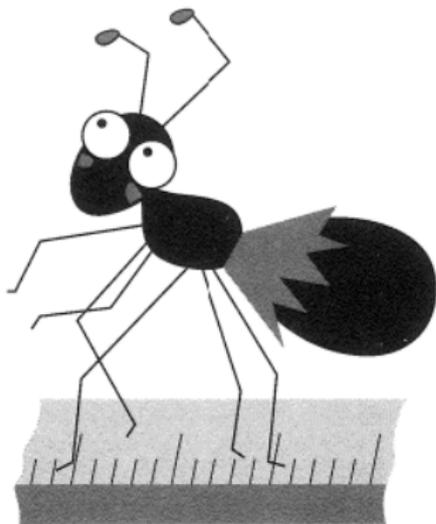
Eine Aufgabe mit einer schönen Lösung

Problem¹: Es seien $n \geq 2$ Punkte auf einem Kreis angeordnet. Alle Sehnen zwischen diesen n Punkten werden eingezeichnet. Wenn sich keine 3 Sehnen in einem Punkt kreuzen, wie viele Sehnenkreuzungspunkte im Kreis gibt es dann?

Gelöst in der Vorlesung

¹Quelle: Thomas Huber, persönliche Kommunikation

Die Abenteuer der Ameise Alice



“Gehe hin zur Ameise, du Fauler; siehe ihre Weise an und lerne!”
Sprichwörter 6:6

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem²: 25 Ameisen werden zufällig auf einem dünnen Stab von einem Meter Länge platziert. Diejenige in der Mitte, die je 12 Ameisen westlich und östlich von sich hat, heisst Alice. Jede der Ameisen bewegt sich nun zufällig Richtung Westen oder Osten mit Geschwindigkeit 1cm/s , bis sie auf eine andere Ameise trifft – Dann drehen beide um. Am Stabende fallen sie auf den Boden. Wie lange müssen wir warten, bis Alice sicher nicht mehr auf dem Stab ist?

Gelöst in der Vorlesung

²Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem³: Dieses Mal ist Alice eine von 24 Ameisen, die auf einem Ring von einem Meter Umfang im Kreis gehen. Wieder bewegt sich jede Ameise mit 1cm/s zufällig im Uhrzeigersinn oder Gegenurzeigersinn, und wieder drehen aufeinandertreffende Ameisen um. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich Alice nach 100 Sekunden wieder an ihrer Startposition befindet?

Gelöst in der Vorlesung

³Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem⁴: Wir sind zurück auf dem Stab, 25 Ameisen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Alice an jenem Stabende herunterfällt, auf das sie sich zu Beginn hinbewegt hat?

Gelöst in der Vorlesung

⁴Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem⁵: Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Alice die letzte Ameise auf dem Stab ist?

⁵Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem⁶: Wir kreieren ein neues Experiment. Alice ist nun genau in der Mitte des Stabes, je 12 ihrer Kolleginnen westlich bzw. östlich von ihr. Wieder ist die Laufrichtung zufällig, die Geschwindigkeit mit 1cm/s jedoch konstant. Berührungen führen weiterhin zum Umdrehen.

Dieses Mal fallen die Ameisen aber nicht vom Stab, sondern sie drehen auch dort um. Wir lassen sie 100 Sekunden lang laufen und fragen uns: Wie weit weg von ihrer Startposition in der Mitte kann Alice höchstens sein?

⁶Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem⁷: Wir platzieren erneut 24 Ameisen auf dem Stab, wovon dieses Mal die östlichen 12 Ameisen nach Westen und die westlichen 12 nach Osten laufen. Alice ist die fünfte Ameise von Westen betrachtet, geht also nach Osten. Wir lassen die Ameisen loslaufen, wie üblich mit Umdrehen bei Begegnungen, jedoch wieder mit Herunterfallen. Was müssen wir über die ursprüngliche Position der Ameisen noch wissen, damit wir vorhersagen können, wo Alice nach 63 Sekunden ist?

⁷Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Die Abenteuer der Ameise Alice

Problem⁸: Alice ist krank und steckt andere Ameisen bei Berührung an. Jede krank gewordene Ameise ist sofort ansteckend wie Alice selbst. Wieviele kranken Ameisen fallen im Durchschnitt vom Stab?

⁸Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders