

Unterhaltungsmathematik

Auf den Spuren von Erdős, Gardner & Co.

Dr. Andreas Steiger

2. März 2016

Informationen

- ▶ Explizite und implizite Informationen

Informationen

- ▶ Explizite und implizite Informationen
- ▶ Ausnutzen von Wissen

Informationen

- ▶ Explizite und implizite Informationen
- ▶ Ausnutzen von Wissen
- ▶ Logische Schlussfolgerungen

Informationen

- ▶ Explizite und implizite Informationen
- ▶ Ausnutzen von Wissen
- ▶ Logische Schlussfolgerungen
- ▶ Probleme mit ungenauen Definitionen

Informationen

Problem¹: Zwei Piraten sind in Besitz eines Schatzes, befinden sich jedoch auf der Flucht. Sie beschliessen, den Schatz auf einer nahen Insel zu vergraben. Dort angekommen vereinbaren sie anhand einer Palme und zwei grosser Steine den Vergrabungsort: Beide Piraten gehen zur Palme, gehen von dort auf je einen der Steine zu und zählen dabei die Anzahl Schritte. Dann drehen sie sich im rechten Winkel zueinander² und gehen so viele Schritte ab, wie sie bereits je gezählt haben. Von diesen beiden Punkte aus treffen sie sich in der Mitte und verbuddeln dort den Schatz. Nach einigen Jahren bietet sich ihnen endlich die Gelegenheit, den Schatz zu bergen. Sie fahren zur Insel und finden die beiden Steine – Die Palme ist jedoch unauffindbar. Wie kommen die Beiden trotzdem an ihre Beute?

Gelöst in der Vorlesung

¹Quelle: Maurice Cochand, persönliche Kommunikation

²d.h. der Pirat beim “linken” Stein dreht sich nach rechts, der beim “Rechten” nach links

Informationen

Problem³: Durch den Mittelpunkt einer Vollkugel wird ein Zylinder gebohrt. Das Loch misst von Kante zu Kante 6cm. Wie gross ist das Volumen, das von der ehemaligen Vollkugel übrig bleibt?

Gelöst in der Vorlesung

³Quelle: @ColinTheMathmo auf Twitter

Informationen

Problem⁴: In einer Fernsehshow ist der Hauptgewinn ein Auto. Der Kandidat hat 3 Türen vor sich – Hinter einer davon ist das Auto, hinter den anderen zwei befinden sich Nieten, meistens dargestellt als Ziegen. Nachdem der Kandidat eine erste Tür ausgewählt hat, öffnet der Moderator eine andere Tür mit einer Ziege dahinter. Er fragt den Kandidaten, ob dieser nun die Tür wechseln will. Soll der Kandidat wechseln, wenn er seine Chance auf das Auto maximieren will?

Gelöst in der Vorlesung

⁴Dieses Rätsel ist bekannt als Monty-Hall-Problem oder Ziegen-Problem

Informationen

Problem: Ein Logiker befindet sich auf einer Reise in fernen Landen. Er weiss, dass in der Gegend, in der er sich gerade befindet, zwei Stämme siedeln: Die Wahrheitsfanatiker und die notorischen Lügner. An einer Weggabelung weiss unser Logiker leider nicht, ob er links oder rechts weiter gehen muss. Dafür stehen 2 Eingeborene dort, die offensichtlich den zwei Stämmen angehören, denn sie sehen komplett unterschiedlich aus. Aus Respekt vor den Kulturen beschliesst er, nur mit einer Frage herauszufinden, welchen Weg er nehmen muss. Welche Frage stellt unser Logiker?

Gelöst in der Vorlesung

Informationen

Problem⁵: Unser Logiker dringt tiefer ins Land ein und kommt in einem Gebiet an, in dem es zu den Wahrheitsfanatikern und den Lügneren auch noch die Zufallsanhänger gibt, die jede Frage zufällig mit Ja oder Nein beantworten. An der nächsten Weggabelung findet sich je ein Vertreter der drei Stämme, aber offenbar ist die Stammestracht etwas sehr lokales, so dass unser Logiker nicht aufgrund der vorherigen Begegnung weiss, wer welchem Stamm angehört. Auch hier möchte er sich jedoch nicht lange aufhalten lassen, stellt fest, dass eine Frage nicht reicht, und stellt die zwei passenden Fragen, um seine Reise fortzusetzen. Warum reicht eine Frage nicht? Welche zwei Fragen werden gestellt?

Gelöst in der Vorlesung

⁵Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Informationen

Problem: Professor Suzuki und Professor Baba begegnen sich in der Mensa der Waseda-Universität.

Suzuki: "Guten Abend, mein Bester. Wie geht es Ihnen?"

Baba: "Hervorragend, danke. Und Ihnen?"

Suzuki: "Sehr gut. Sie wissen, dass ich inzwischen drei Kinder habe ..."

Baba: "Wirklich? Wie alt sind sie denn?"

Suzuki: "Nun, Sie als guter Mathematiker und Logiker dürften es rasch herausbekommen. Das Produkt ihrer Lebensalter ist 36, und die Summe ihrer Lebensalter ist identisch mit der Nummer des Hauses, das Sie in Osaka bewohnten."

Baba (nach einer Pause): "Diese Informationen reichen mir nicht."

Suzuki: "Sie haben recht. Also, das älteste Kind hat blaue Augen."

Baba: "Aha, jetzt weiß ich, wie alt sie sind."

Wie alt sind die Kinder im Einzelnen?

Gelöst in der Vorlesung

Informationen

Problem: Ein zum Tode verurteilter Verbrecher erhält vom Richter folgende Angaben zur Vollstreckung des Urteils: Er werde nächste Woche an irgend einem Arbeitstag⁶ um 12 Uhr aus der Zelle geholt, aber der Tag werde für ihn überraschend sein.

Der Verbrecher überlegt sich, dass sein Todestag nicht der Freitag sein kann, da er dann am Donnerstag Nachmittag Bescheid wüsste, dass er am Freitag stirbt und es wäre keine Überraschung mehr.

Welche weiteren Schlussfolgerungen zieht der schlaue Verbrecher?
Kann das Urteil so vollstreckt werden?

⁶also Montag–Freitag

Informationen

Problem: Peter, Simon und Daniel sollen zwei ganze Zahlen herausfinden. Sie haben folgende Informationen: Beide Zahlen liegen im Bereich von 1 bis 1000 und es wäre auch möglich, dass beide Zahlen identisch sind. Peter erfährt zudem das Produkt der beiden Zahlen, Simon bekommt die Summe, und Daniel die Differenz. Es kommt zu folgendem Gespräch:

Peter: "Ich kenne die Zahlen nicht."

Simon: "Das brauchst Du mir nicht zu sagen, das wusste ich schon."

Peter: "Dann kenne ich die Zahlen jetzt."

Simon: "Ich kenne sie jetzt auch."

Daniel: "Ich kenne die beiden Zahlen noch nicht. Ich kann nur eine Zahl vermuten, die wahrscheinlich dabei ist, aber sicher weiß ich's nicht."

Peter: "Ich weiß, welche Zahl Du vermutest, aber die ist falsch."

Daniel: "OK, dann kenne ich jetzt auch beide Zahlen."

Wie lauten die beiden gesuchten Zahlen?

Gezeigt in der Vorlesung, aber nicht gelöst