Unterhaltungsmathematik

Auf den Spuren von Erdős, Gardner & Co.

Dr. Andreas Steiger

16. März 2016

Strategiepuzzles

Wie müssen sich Akteure in Spielen verhalten, um ein optimales Resultat zu erzielen?

Strategiepuzzles

Problem[1]**:** Von einer rechteckigen Tafel Schokolade von ganzzahliger Grösse $m \times n$ dürfen zwei Spieler abwechselnd ein (ganzzahliges) Stück abbeisen. Sie wählen dazu ein 1×1-Täfelchen aus und verspeisen dieses sowie alle anderen Täfelchen, die sich rechts und/oder oberhalb davon befinden. Derjenige, der das Täfelchen ganz unten links isst, muss die nächste Tafel kaufen. Zeige, dass der erste Spieler eine Gewinnstrategie hat, d.h. er kann den zweiten Spieler zum nächsten Kauf zwingen!

Gelöst in der Vorlesung

[1] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzles

Problem[2]**:** Anna, Beat und Claudia haben sich zu einem Pistolenduell zu dritt verabredet. Anna ist eine schlechte Schützin und trifft nur mit $1/3$ Wahrscheinlichkeit. Beat zielt etwas besser und trifft zu $2/3$. Claudia hingegen trifft immer.
Anna darf zuerst schiessen, gefolgt von Beat und Claudia, bevor es reihum weitergeht. Wie sollte Anna handeln, um ihre Überlebenschancen zu maximieren?

Gelöst in der Vorlesung

[2] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzles

Problem[3]**:** Nach einer Revolution in einem Land hat jeder der 66 Bürger genau einen Taler – Auch ihr neuer König. Der König darf nicht mehr länger abstimmen, aber er darf Vorschläge zur Neuverteilung der Taler machen. Zwar müssen dabei alle Besitztümer ganzzahlig bleiben und der Gesamtbetrag bei 66 Talern bleiben, aber jede Abstimmung nach diesen Regeln wird ausgeführt und, falls es mehr Ja- als Nein-Stimmen gibt, umgesetzt.
Die Bürger sind ziemlich egoistisch: Jeder stimmt genau dann Ja, wenn er einen persönlichen Profit erzielt und genau dann Nein, wenn er etwas verliert; sonst enthält er sich. Welche Abstimmungen sollte der König vorschlagen, wenn er selbst so reich wie möglich werden will?

Gelöst in der Vorlesung

[3]Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzles

Problem: 4 Piraten werden gefangen genommen und zum Tode verurteilt. Sie erhalten jedoch eine letzte Chance, mit ihrem Leben davon zu kommen: Je 2 von ihnen erhalten einen blauen bzw. einen roten Hut auf, ohne dass sie selbst sehen, welche Farbe ihr Hut hat. Dann wird ein Pirat hinter einen Vorhang geführt, während die anderen 3 in einer Reihe stehen und alle in die gleiche Richtung entlang der Reihe schauen.
Wenn einer von den Piraten mit Sicherheit sagen kann, welche Hutfarbe er trägt, kommen alle frei. Welche Strategie müssen die Piraten vorgängig abmachen, damit dies geschieht?

Gelöst in der Vorlesung

Strategiepuzzles

Problem[4]: Erneut müssen n Piraten ihre rote oder blaue Hutfarbe erraten. Dieses Mal sieht jedoch jeder Pirat alle anderen Hüte, dafür ist nicht bekannt, wieviele Hüte welcher Farbe verteilt wurden. Kommunikation nach der Verteilung ist verboten.
Auf ein Zeichen müssen alle Piraten gleichzeitig raten, welche Farbe sie tragen; Wer falsch rät, wird erschossen. Welche Strategie müssen die Piraten verfolgen, um eine höchstmögliche Anzahl überlebender Piraten *garantieren* zu können, und wieviele sind dies?

[4] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzles

Problem[5]: Mehr Piraten mit roten und blauen Hüten. Dieses Mal werden sie alle in einer Reihe aufgestellt, jeder Pirat sieht nur die Hüte der Piraten vor ihm. Wieder muss jeder Pirat seine eigene Farbe erraten, aber dieses Mal nicht gleichzeitig, sondern der hinterste Pirat, der alle anderen sieht, beginnt. Alle anderen Piraten werden also seine Aussage hören, die Exekution findet jedoch erst später statt. Wie sieht hier die bestmögliche Überlebensstrategie aus, und wieviele Piraten überleben?

Gelöst in der Vorlesung

[5] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzle

Problem[6]: Jeder von n Gefangenen darf einzeln einen gewissen Raum betreten – Beliebig oft, aber in unbekannter Reihenfolge nach Gusto des Wärters. Die Gefangenen dürfen im vornherein eine Strategie bestimmen, aber nach dem ersten Betreten des Raums nicht mehr kommunizieren. Die einzige Kommunikationsmöglichkeit besteht dann in einem Lichtschalter, der sich in diesem Raum befindet und eine Lampe ein- und ausschaltet. Sie wissen jedoch nicht, ob diese ganz zu Anfang leuchtet oder nicht.
Mit welcher Strategie kann mindestens ein Gefangener jemals mit Sicherheit behaupten, dass jeder Gefangene mindestens ein Mal den Raum besucht hat?

[6] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Strategiepuzzles

Problem[7]**:** 100 Gefangene dürfen nacheinander in einem Raum Kisten öffnen. Im Raum befinden sich genau 100 Kisten und in jeder Kiste steckt ein Zettel mit einem Namen eines Gefangenen, so dass jeder Name genau 1 Mal vorkommt.
Ein einzelner Gefangener darf 50 der 100 Kisten öffnen und versucht dabei, den Zettel mit seinem Namen zu finden. Sie kommen allerdings nur frei, wenn *alle* 100 Gefangenen *ihren eigenen* Zettel finden. Mit welcher Strategie können sie die Wahrscheinlichkeit auf Erfolg maximieren? Ist sie grösser als 25%?

Gelöst in der Vorlesung

[7]Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders