Unterhaltungsmathematik

Auf den Spuren von Erdős, Gardner & Co.

Dr. Andreas Steiger

6. April 2016

Ebenengeometrie

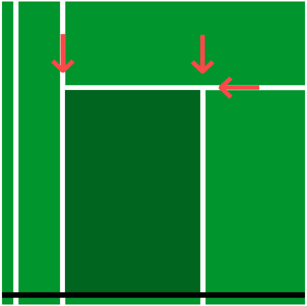
Punkte, Geraden, Strecken – Wie liegen sie denn zueinander?

Ebenengeometrie

Punkte, Geraden, Strecken – Wie liegen sie denn zueinander?
Für einmal ganz ohne Pythagoras & Co.!

Ebenengeometrie

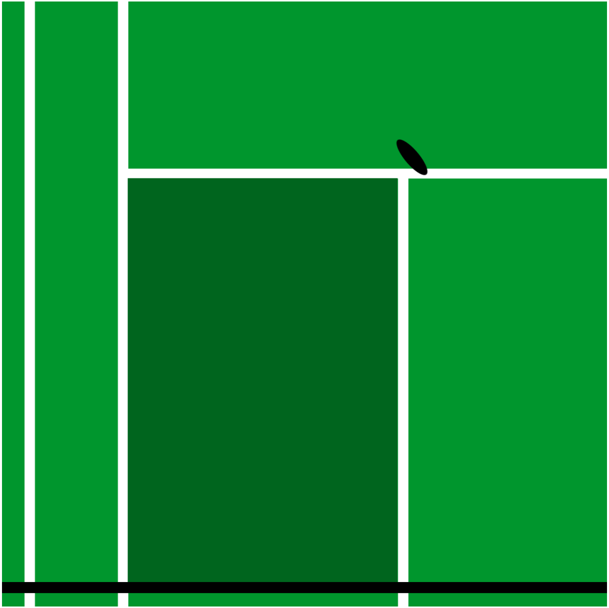
Problem[1]**:** Beim Tennis muss der Aufschlag in einem rechteckigen Feld landen, das vom Netz und 3 weissen Linien begrenzt wird[2]. In der Verlängerung der 3 Linien befinden sich Linienrichter, die von einem Aufschlag ansagen, ob der Ball bei ihrer Linie im Aus war. Reicht dies, um bei jedem möglichen Aufschlag richtig zu bestimmen, ob der Ball im Aus war oder nicht? (*Bemerkung:* Aufgrund der Beschaffenheit des Balls ist der Bodenabdruck üblicherweise nicht rund, sondern ellipsenförmig.)



[1]Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

[2]Ein Ball, der eine Linie berührt, zählt.

Ebenengeometrie



Ebenengeometrie

Problem[3]**:** Auf einem rechteckigen Tisch liegen überlappungsfrei, jedoch möglicherweise leicht überhängend, 100 gleiche Münzen so, dass jede weitere Münze zu einer Überlappung führen würde. Zeige, dass dann mit 400 überlappenden Münzen der Tisch komplett überdeckt werden kann, d.h. zwischen den Münzen ist kein Stück Tisch zu sehen!

Gelöst in der Vorlesung

[3] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Ebenengeometrie

Problem[4]**:** Eine ungerade Anzahl Soldaten steht verteilt auf einer Wiese, und zwar so dass je 2 Abstände zwischen Soldatenpaaren unterschiedlich gross sind. Jeder Soldat hat die Anweisung, den ihm am nächsten stehenden[5] Soldaten zu beobachten.
Zeige, dass mindestens ein Soldat nicht beobachtet wird.

Gelöst in der Vorlesung

[4] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection
[5] physisch, nicht psychisch oder romantisch!

Ebenengeometrie

Problem[6]: In der Ebene seien je n rote und blaue Punkte markiert, so dass keine drei davon auf einer Geraden liegen.
Zeige, dass man je einen roten mit je einem blauen Punkt verbinden kann, so dass die n entstehenden Verbindungsstrecken sich nicht kreuzen.

Gelöst in der Vorlesung

[6] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Ebenengeometrie

Problem[7]: Sei X eine endliche Menge von Punkten in der Ebene, die nicht alle auf einer Geraden liegen.
Zeige, dass es eine Gerade gibt, die durch genau 2 Punkte in X geht.

Gelöst in der Vorlesung

[7] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

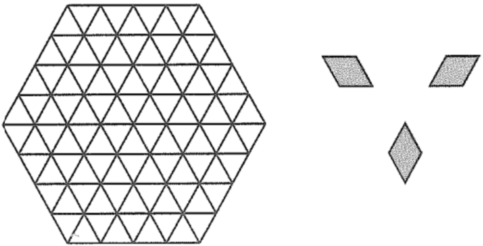
Ebenengeometrie

Problem[8]: Ein *Streifen* sei die Punktmenge, die zwischen 2 parallelen Geraden liegt.
Zeige, dass es nicht möglich ist, mit einer Menge von Streifen, deren aufsummierte Breite endlich ist, die gesamte Ebene zu überdecken.

[8] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

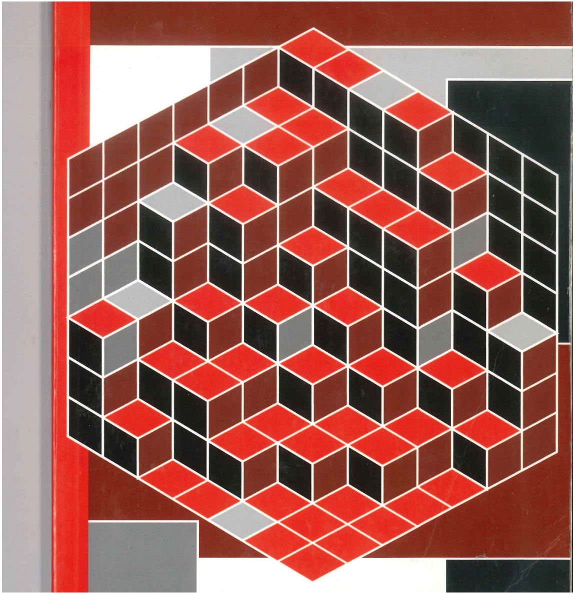
Ebenengeometrie

Problem[9]**:** Ein gleichseitiges Sechseck wird in ein dreieckiges Gitter eingeteilt. Dann wird das Gitter mit rhombus-förmigen Diamanten (bestehend aus 2 zusammengeklebten gleichseitigen Dreiecken) gefüllt.
Zeige, dass jede der 3 möglichen Ausrichtungen der Diamanten gleich oft vorkommt.



[9] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

Ebenengeometrie



Ebenengeometrie

Problem[10]: Du (punktförmig) befindest sich in einem rechteckigen, gut ausgeleuchteten, aber an den Wänden komplett verspiegelten Raum wieder[11]. Leider befindet sich auch dein Erzfeind (ebenfalls punktförmig) im Raum, der eine Laserkanone auf dich richtet. Glücklicherweise hast du eine Menge (punktförmiger) Leibwächter mit dabei, die Schüsse auf dich abfangen.
Wieviele Leibwächter brauchst du, damit der erste Schuss sicher nicht dich trifft?

[10] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders
[11] Boden und Decke sind nicht verspiegelt.