Unterhaltungsmathematik

Auf den Spuren von Erdős, Gardner & Co.

Dr. Andreas Steiger

4. Mai 2016

Graphen

Ecken und Kanten, in der Ebene und anderswo

Graphen

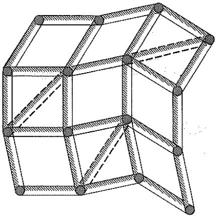
Problem[1]: Ein Autofahrer befindet sich auf einer Insel, auf der an jeder Kreuzung genau 3 Strassen aufeinandertreffen. Es ist Sonntag, und so beschliesst er, die Insel fast zufällig zu erkunden: Von seinem Startpunkt aus nimmt er an Kreuzungen immer abwechselnd die linke und die rechte Strasse. Links, rechts, links, rechts, ...
Zeige, dass unser Fahrer irgendwann wieder an seinen Startpunkt zurückkehrt!

Gelöst in der Vorlesung

[1] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Graphen

Problem[2]: Gegeben sei ein $n \times n$-Gitter mit Einheitskantenlänge. Das Gitter sei jedoch flexibel: Die Verbindungen sind stabil, ihre Verbindungspunkte aber beweglich. Um das Gitter wieder stabil zu machen, füge man weitere Stäbe in die Diagonalen[3].
Wie kann man so eine Wahl von Diagonalen, die das ganze Gitter stabil macht, charakterisieren?



Gelöst in der Vorlesung

[2]Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

[3]Diese sind also $\sqrt{2}$ lang.

Graphen

Problem[4]**:** 50 identische Kabel werden quer durch die Limmat gelegt. Sie sind optisch ununterscheidbar, aber trotzdem möchte man natürlich wissen, welches Ende zu welchem gehört. Mit Verbindungskabeln und einem Messgerät ist es aber möglich, Kabel auf der einen Seite des Flusses zu verbinden und dann auf der anderen Seite zu messen, welche Kabel einen geschlossenen Stromkreis bilden.
Wie oft muss man die Limmat überqueren, um alle Kabel eindeutig zu identifizieren?

Gelöst in der Vorlesung

[4]Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Graphen

Problem[5]: Auf den Kanten eines Würfels befinden sich 3 Spinnen und eine Ameise. Sie können sich auf den Kanten frei bewegen, betreten aber nie die Seitenflächen. Dabei sind die Spinnen mindestens $1/3$ so schnell wie die Ameise.
Zeige, dass die Spinnen die Ameise fangen können!

Gelöst in der Vorlesung

[5] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

Graphen

Problem[6]**:** Auf einem $n \times n$-Schachbrett ist in jedem Feld ein Pfeil eingezeichnet, der in Richtung von einem der acht benachbarten Felder zeigt. Die Anordnung sei dabei so, dass die Richtungen der zwei Pfeile von benachbarten Feldern[7] sich um höchstens 45° unterscheiden.
Ein Lemming startet auf einem Feld in der Mitte, rennt los und folgt dabei immer dem Pfeilen aufs nächste Feld. Wird er irgendwann herunterfallen oder doch immer auf dem Brett bleiben?

[6] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Mind-Benders

[7] auch den diagonal benachbarten

Graphen

Problem[8]: In einem Land existieren zwischen je 2 grossen Städten Flugverbindungen zu einem fixierten Preis, gleich teuer in beide Richtungen, aber bei verschiedenen Städten verschiedene Preise. Händler Billig beginnt seine Rundreise durch alle Städte in Stadt A und nimmt dabei immer den günstigsten Flug zu einer Stadt, in der er noch nicht war[9]. Händler Teuer fängt in Stadt B an und nimmt immer den teuersten Flug in eine noch nicht besuchte Stadt. Zeige, dass Teuer sicher höhere Reisekosten hat als Billig!

[8] Quelle: Peter Winkler, Mathematical Puzzles – A Connoisseur's Collection

[9] Er muss am Schluss nicht zurückkehren.