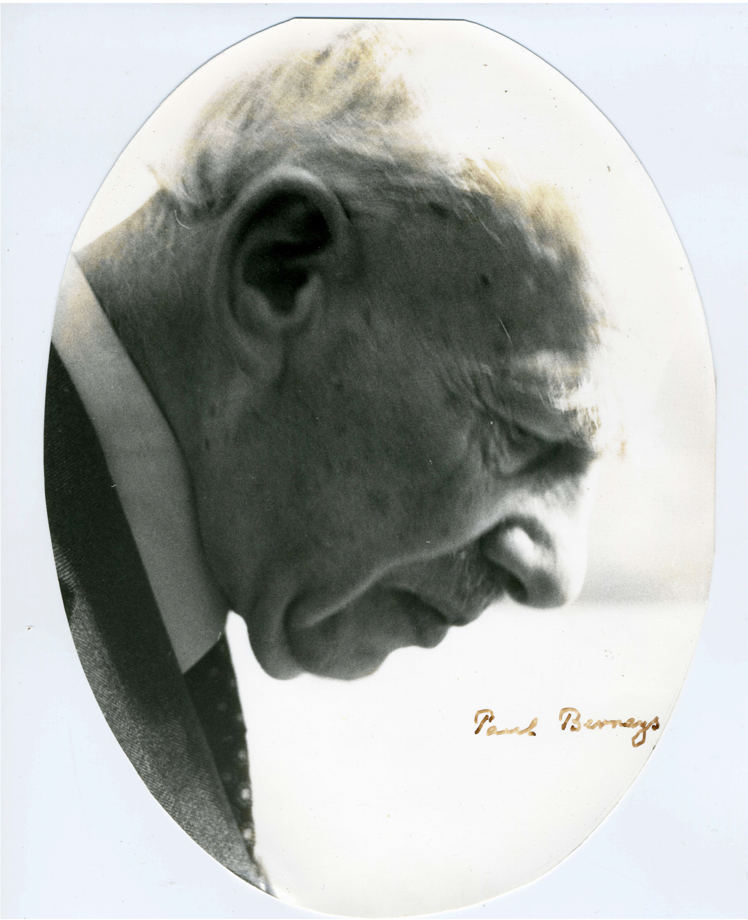
Bernays Lectures 2012



Meine sehr geehrten Damen und Herren,

Ich habe die Ehre, Sie zu begrüssen für die erste Vortrags-Serie die an der ETH nun alljährlich stattfinden soll und den Namen Bernays in angemessenem Rahmen ehren soll.
Als sein gerade noch übrig gebliebener Schüler verdanke ich dies meiner Langlebigkeit, und hoffe, dass deren Beschwernisse alle so angenehm zu tragen sein werden.
Ich beginne mit einem Zitat aus einer Arbeit von Bernays:

> Wenn der Menschengeist sich beschwert oder herabgedrückt fühlt durch das viele Rätselhafte im Dasein, durch den Eindruck unserer weitgehenden Unwissenheit in so vielen Bereichen, der Mangelhaftigkeiten der sprachlichen Wiedergabe und Verständigung, dann wendet er sich wohl gern dem Gebiet der Mathematik zu, in welchem ein deutliches und genaues Erfassen von Gegenständlichkeiten sich findet und Gewinnung von Einsicht durch angemessene Begriffe in so befriedigender Weise erreicht wird.

Was ich eben vorgelesen habe ist ein Leitmotiv für das Gelehrtenleben von Paul Bernays. So wie er selber einmal formulierte (1).

Ich sehe ihn vor mir zu jener Zeit, an seinem Arbeitstisch, dem Zentrum seines Schaffens, mitten im Zimmer, mit Blick aufs Fenster, der Tisch beladen mit Manuskripten und Korrespondenz mit Briefmarken aus aller Welt. Eine Gelehrtenstube, die Ambienz geprägt von tiefem wissenschaftlichem Ernst und menschlicher Zuneigung. Schräg vor dem Tisch ein Stuhl für Besucher.

Da sass ich also vor sechzig Jahren. Ich kam zu ihm, begeistert von der neuen Rolle der Logik in der Mathematik. Sie bot dieser einen formalen Beweisbegriff an, und damit eine mathematische Beweistheorie. Mir war bewusst, dass Bernays zu den Pionieren gehörte. Und ich wollte sein Schüler werden. In meiner Unbekümmertheit ahnte ich nicht, mit welcher herzlichen und ernsthaften Sorgfalt er sich mir zuwenden würde. Umso unvergesslicher sind mir seine Lehrgespräche, sokratische Lehrgespräche, über die nächsten Jahre.

Was mich denn an der mathematische Logik anziehe? Ich meinte die mathematischen Erfolge der Modelltheorie von Tarski, Robinson, Henkin, Beth und anderen in der Anwendung formallogischer Werkzeuge in der Algebra.

Wie etwa was? Ich denke da an die reellen Zahlen. Die Modelltheorie charakterisiert diese axiomatisch vollständig als einen reell abgeschlossenen Körper (2).

Vollständig charakterisiert ? Ja, insofern Eigenschaften gemeint sind, welche in der Prädikatenlogik ausgedrückt werden. Wenn man mehr ausdrücken wollte, so müsste man ja wohl noch die Mengenlehre dazu nehmen, die Sie ja selbst in der Sprache der Prädikatenlogik axiomatisiert haben (3), (4).

Ist das dann Alles ?

Die allgemeinere Frage, die Bernays hier stellt, nämlich, ob man zu einem Ende komme mit der Grundlegung der Mathematik, die bleibt gestellt. Sie steht im Zentrum seines Wirkens.

Das vorige Beispiel eines Lehrgespräches ist typisch. Bernays war bekannt dafür, dass er bei Vorträgen, in Rezensionen in Korrespondenz gezielt einen Punkt, den neuralgischen Punkt, nachfragte. Bekannt, aber nicht berüchtigt. Es geht ihm um den kreativen Kern des betreffenden Resultates oder Arbeit. Und darum, wie er zu verschärfen sei und was er im Gesamtzusammenhang bedeute.

Der Beispiele solcher Interventionen sind viele.

Die wirkungsvollste davon ist wohl der Austausch mit David Hilbert, lebhaft und oft recht kontrovers. Er führte zu dem von Bernays verfassten zweibändigen Hilbert-Bernays „Grundlagen der Mathematik" (5). Es ist dort dargestellt wie Bernays den zentralen Resultaten der 30er Jahre nachgefragt, sie verschärft und einen Zusammenhang gestellt hat: zum Beispiel der Satz von Herbrand und der zweite Unvollständigkeitssatz von Gödel. Beide das erste Mal mit vollem Beweis publiziert.

Ueberhaupt wäre eine Darstellung von Bernays' Interventionen nichts weniger als eine Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung des 20ten Jahrhunderts und ein who's who der Logik.

Zur Beziehung mit Kurt Gödel werden wir gleich hören. Man denke aber auch etwa an die Korrespondenz mit Gentzen über die Widerspruchsfreiheit der Analysis, mit Turing (6) über den Begriff der Berechenbarkeit, und mit Goodstein über zahlentheoretische wahre aber axiomatisch nicht beweisbare Sätze. Diese Rolle begründete den wirklich singulären Ruf von Bernays als Font und Gewissen der mathematischen Logik des letzten Jahrhunderts.
Als akademischer Lehrer betreute er schon in Göttingen die Dissertationen herausragender Mathematiker wie Curry (7), dem Begründer der kombinatorischen Logik, und MacLane (8), dem Begründer der Kategorientheorie.

Natürlich haben mir die umfassende mathematische Bildung und die technische Beherrschung und Sorgfältigkeit von Bernays imponiert. Aber über die Jahre eigentlich bewegt hat mich sein ethisches Bewusstsein. Zwei Komponenten: Der Wille zum gerechten Urteil über Menschen und der Wille zur sachgerechten Beurteilung mathematischerForschungsarbeit.

Erstens beim Menschen: Bernays masste sich, unbeirrbar, keine abschliessende negative Beurteilung irgend eines menschlichen Wesens an. Seine Aufgabe sah er vielmehr in der selbstlosen Zuwendung zu den Bedrückten. Die Zeitläufe eigneten sich leider dafür sehr, zum Beispiel für Alexander Wittenberg und Hersz Wermus, beide mit knapper Not in die Schweiz geflüchtet. Wittenberg hat mit einem wunderbaren Buch über das Denken in Begriffen bei Bernays promoviert (9), er ist früh verstorben. Wermus, spielte nach der Promotion eine wichtige Rolle im Kreis des Psychologen Piaget (10). Gert Müller wurde sein treu ergebener Assistent, aus den spärlichen Mitteln der ETH für Bernays schlecht bezahlt. Später Professor in Heidelberg.

Zweitens, zu Ethik der Forschung: Es ist den Heutigen schwer nachvollziehbar, wie die Entdeckung der bekannten Paradoxien eigentliche Grenzerfahrungen waren, und wie die Ueberwindung dieser Grenzen für die Besten der Mathematiker zum Bedürfnis wurde. Das Dilemma der Grundlagenforschung stellte sich immer deutlicher heraus als die Diskrepanz zwischen der Strenge der formal-mathematischen Abstraktion und der evolutionären Beschränktheit unserer Anschauung.

Zu Bernays Studienzeit gab es ein Musterbeipiel: Paradox war, das man eine Quadratfläche eins zu eins, sogar stetig, auf ein Geradenstück abbilden konnte; wo blieb da die Anschauung der Dimensionalität ? Diese Frage wurde gelöst durch Brouwer. Sein Erfolg ist Beleg dafür, dass die Mathematik das Dilemma zwischen Anschauung und mathematischer Strenge mit ihren eigenen Mitteln beheben kann. Und ein Baustein auch für die ungebrochene Zuversicht in den Fortschritt der Wissenschaft, typisch für die vorletzte Jahrhundertwende, und explizites Leitmotiv für Hilbert's Programm.

Aber die Herausforderungen wuchsen: Warum kann die Menge aller Mengen selbst keine Menge sein ? Kann man wirklich aus einer gegebenen Menge von Mengen auf Mal aus jeder dieser Mengen ein Element heraus ziehen ? Wenn man das nämlich kann, so können Banach-Tarski aus einer Kugel mit einem (allerdings sehr feinen) Messer zwei Kugel machen die beide kongruent sind mit der ursprünglichen.

Es teilten sich die Geister. Um Brouwer entstand ein Kreis, der sich, unter exklusiver Beanspruchung des Anschauungsbegriffs, Intuitionisten nannte. Die Mathematik sollte unter diesem Begriff vollständig neu aufgebaut werden.
Im Gegensatz dazu waren Hilbert und dann besonders Bernays bemüht, die gängige mathematische Praxis als Anschauungs-Unterricht für die Begründung einer formalen Axiomatik zu etablieren. Indem der Axiomatik ein formallogischer Unterbau geschaffen wurde, eben die schon erwähnte Beweistheorie, schienen Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit der Mathematik in Griffweite. Aber doch nur der formalen Mathematik und nur auf dem Papier, so höhnte Brouwer.

Es entstand ein Streit zwischen den Schulen der Intuitionisten und Formalisten, den Einstein mit dem Froschmäusekrieg verglich (11), der antiken Kriegs-Satire und Ilias-Parodie Batrachomyomachia.

Noch andere Ismen entstanden. Doch davon nur soviel, dass Bernays von diesen wie auch allgemein von Ideologisierungen gar nichts hielt. Nicht nur in der Logik, sondern aus denselben ethischen Grundsätzen auch nicht von Ideologien die auf die Herkunft aus Rasse, Religion, Sozialklasse u.s.w. gründen. Diese haben sich immer wieder ethisch disqualifiziert, manchmal auf schrecklichste Weise.

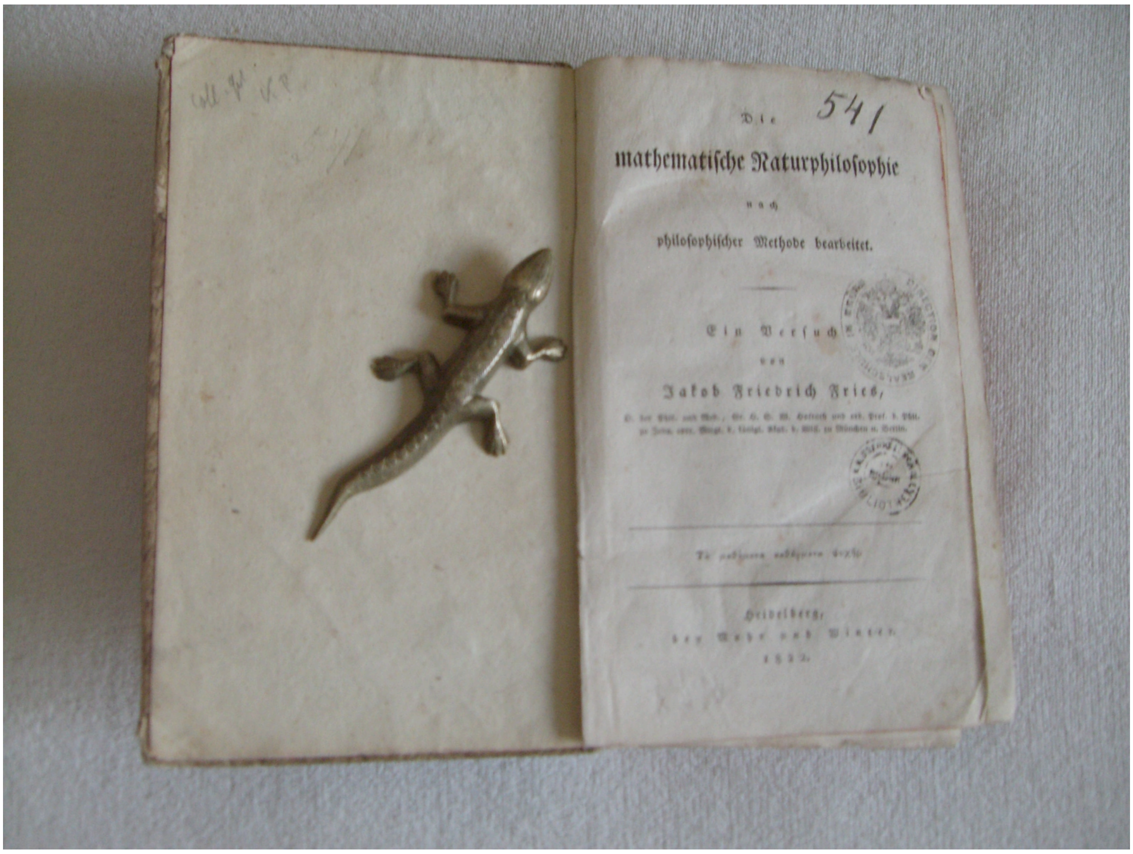
Bernays mahnt auch die Philosophen der Mathematik zur Bescheidenheit. Ich zitiere (1):

Wohl ist Mathematik vornehmlich ein Begreifen, aber nicht etwas Begriffenes. Die Möglichkeit, die in der Vorstellung verfolgbaren Beziehungen von Zahlen und Figuren durch strenge mathematische Gesetze mit Erfolg zu extrapolieren, ist im Grunde ebensowenig selbstverständlich wie die Möglichkeit der Auffindung physikalischer Naturgesetze. Wir müssen wohl diesbezüglich auf die sokratische Weisheit, dh. das Erkennen unseres Nichtwissens zurückkommen.

Kehren wir wieder zurück an die Bodmerstrasse, als ETH-Kollege nun und zu neuen Gesprächen. Da gäbe es viel zu erzählen. Doch gehen wir hinüber in die nächste Stube, wo Martha Bernays, seine Schwester, den Tee und Gebäck bereithält. Sie ist ein ausserordentlicher Mensch wie ihr Bruder. Wohl noch ein wenig lebenstüchtiger, besorgt um seine Gesundheit. Sie kennt seine liebenswürdigen Schwächen und tadelt ihn wohl auch einmal, wie wenig er sich gewehrt habe gegenüber Zurückstellungen und Ausnützung durch seine Kollegen in Göttingen und Zürich. Er winkte jedes Mal sanft ab.

Die beiden Geschwister waren sich sehr zugetan. Der Schriftsteller Max Zweig, den sie über Jahre für jeden Sommer, sie sagten zum Auffüttern, aus Israel zu Gast hatten, schreibt in seinen Lebenserinnerungen (12), wie Paul ans Fenster trat, um seiner Schwester beim Einkaufengehen bis zur Strassenecke nachzublicken.

Spät in seinem Leben besuchte ich Bernays in seinem Schlafzimmer, sonnig und ruhig gegen den Hof. Es ging zu Ende und ich fragte ihn, wie er sich das Unendliche vorstelle. „Wie ein Abgrund“ sagte einst Cantor, der Begründer der Mengenlehre als Lehre vom Unendlichen. – Er ist wohl auch schliesslich hinabgeglitten. Anders Bernays: „Wie eine Klaviatur, nach beiden Seiten fortgesetzt“, ein menschenfreundliches, musikalisches Bild.



Ich habe von ihm diese kleine Eidechse aus Messing, die er oft nachdenklich in der Hand hielt: sie kommt aus einer Nische, huscht etwas herum, legt sich an die Sonne und fängt mit flinker Zunge wohl eine Fliege. Ein drohender Schatten naht, das kleine Wesen verschwindet, kommt wieder hervor an sein bescheidenes Sonnenplätzchen bis dass der Abend herabsinkt.

Ich vermisse ihn immer noch manchmal, ihn, der meine ersten Schritte leitete. Und dem ich beim Hinuntersteigen auf Treppen immer voran eilen musste. Denn er nahm die letzten zwei Stufen immer mit einem einzigen grossen Schritt und ich befürchtete jedes Mal ihn auffangen zu müssen. Es ist nie geschehen.

Ja.

Erwin Engeler 2012

References

(1) Bernays, P., Die Mathematik als ein zugleich Vertrautes und Unbekanntes. Syntese 9, (1954), p.465-471.

(2) Tarski, A., A decision method for elementary algebra and geometry. 2nd ed. Berkeley and Los Angeles 1951, vi + 63 pp.
(3) Bernays, P., Betrachtungen über das Vollständigkeitsaxiom und verwandte Axiome. Math.Zeitschr. Bd. 63 (1955), S.219-229.
(4) Bernays, P., A system of axiomatic set theory. In: Müller, G.H. (ed.), Sets and Classes. Studies in Logic and the foundations of Mathematics, vol. 84. North Holland 1976, (= reprint from The Journal of Symbolic Logic 1937 -1954.)
(5)Hilbert,D. und Bernays, P., Grundlagen der Mathematik I(1934) und II (1939,. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd.49, Bd.50, Springer Verlag. (2. Auflage 1968, 1970.)
(6) Turing,A.M.,On computable numbers, withan application to the Entscheidungsproblem. A correction. Proc.Londond Math.Soc.43 (1937), p.544-546.
(7) Curry,H.B., Grundlagen der kombinatorischen Logik. Amer.J.Math.52 (1930),p.509-536, 789-834. (Vgl. Reid,C.,Hilbert. Springer 1970, p.190.)
(8) MacLane, S., Abgekürzte Beweise im Logikkalkül. Göttingen 1934.(Promotionsarbeit, reprinted in: MacLane, selected papers, I.Kaplanky,ed. Spinger1979, p.1-62.)
(9) Wittenberg, A., Vom Denken in Begriffen. Mathematik als Experiment des reinen Denkens. Birkhäuser, Basel, 1957. 360 pp.
(10) Wermus,H., Esquisse d'un modèle des activitös cognitives. Dialectica 32 (1978), p.317-338.
(11) van Dalen, D., The war of the frogs and the mice, or the crises of the Mathematische Annalen. Math. Intell. 12 (1990), p. 17-31.
(12) Zweig, M., Lebenserinnerungen. Bleicher Verl., Gerlingen, 1987. p.226 ff.