Eine kurze Wiederholung des Arguments

Für jeden Punkt $(x, y) \simeq z = x + iy$ haben wir die Polardarstellung

$$x = r\cos(\theta), \quad y = r\sin(\theta)$$

oder

$$z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = re^{i\theta}.$$

wobei

$$\boxed{r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \tan(\theta) = \tfrac{y}{x}, \quad 0 \le \theta < 2\pi.}$$

Der Winkel θ ist auch das Argument gennant.

Für $z = 0$ ist θ unbestimmt.

Für $z \neq 0$ ist θ bis zu ganzzahlige Vielfache von 2π bestimmt, weil cos und sin periodisch mit Periode 2π sind.

Deshalb haben wir

$$\boxed{\arg(x,y){=}\arg(z) = \{\phi \in \mathbb{R} : \quad x = r\cos(\phi), \quad y = r\sin(\phi)\}.}$$

definiert.

NOTE: $\arg(x,y)$ is eine MENGE.

Aber wir wollen ein **eindeutigen Wert** von $\arg(z)$ für jedes $z \neq 0$!

$\Longrightarrow$ Aus diesem Grund definiert man den Hauptwert des Arguments durch die doppelte Ungleichung

$$\boxed{-\pi < \mathrm{Arg}(z) \leq \pi\,.}$$

(Es ist eine konventionelle Auswahl).

NOTE: $\mathrm{Arg}(z) = 0$ für jede positive reelle Zahl $z = x$, und $\mathrm{Arg}(z) = \pi$ für jede negative reelle Zahl. Es gilt:

$$\mathrm{Arg}(z) = \arg(z) + 2k\pi, \quad k = \pm 1, \pm 2, \ldots.$$