

Gottlob Frege

Funktion, Begriff, Bedeutung

Fünf logische Studien

Herausgegeben und eingeleitet
von Günther Patzig

Vandenhoeck & Ruprecht

»Funktion«. In der Bezeichnung entspricht dem die Einführung von Buchstaben wie f , F zur unbestimmten Andeutung von Funktionen. In

$$\frac{d(f(x) \cdot F(x))}{dx} = F(x) \cdot \frac{d f(x)}{dx} + f(x) \cdot \frac{d F(x)}{dx}$$

31 haben wir einen Lehrsatz dieser Art. Damit hatte man nun einzelne Funktionen zweiter Stufe, ohne jedoch das zu erfassen, was wir Funktion zweiter Stufe genannt haben. Indem man dies tut, macht man den nächsten Fortschritt. Man könnte denken, daß dies so weiterginge. Wahrscheinlich ist aber schon dieser letzte Schritt nicht so folgenreich wie die früheren, weil man statt der Funktionen zweiter Stufe im weiteren Fortgang Funktionen erster Stufe betrachten kann, wie an einem anderen Orte gezeigt werden soll [*]. Damit ist aber der Unterschied zwischen Funktionen erster und zweiter Stufe nicht aus der Welt geschafft, weil er nicht willkürlich gemacht, sondern in der Natur der Sache tief begründet ist.

Man kann auch statt der Funktionen mit zwei Argumenten Funktionen eines einzigen, aber komplexen Arguments betrachten, wobei jedoch der Unterschied zwischen den Funktionen mit einem und denen mit zwei Argumenten in ganzer Schärfe bestehen bleibt.

Über Sinn und Bedeutung

(Ztschr. f. Philos. u. philos. Kritik, NF 100, 1892, S. 25–50)

25 Die Gleichheit¹ fordert das Nachdenken heraus durch Fragen, die sich daran knüpfen und nicht ganz leicht zu beantworten sind. Ist sie eine Beziehung? eine Beziehung zwischen Gegenständen? oder zwischen Namen oder Zeichen für Gegenstände? Das letzte hatte ich in meiner Begriffsschrift angenommen. Die Gründe, die dafür zu sprechen scheinen, sind folgende: $a = a$ und $a = b$ sind offenbar Sätze von verschiedenem Erkenntniswert: $a = a$ gilt *a priori* und ist nach Kant analytisch zu nennen, während Sätze von der Form $a = b$ oft sehr wertvolle Erweiterungen unserer Erkenntnis enthalten und *a priori* nicht immer zu begründen sind. Die Entdeckung, daß nicht jeden Morgen eine neue Sonne aufgeht, sondern immer dieselbe, ist wohl eine der folgenreichsten in der Astronomie gewesen. Noch jetzt ist die Wiedererkennung eines kleinen Planeten oder eines

26 Kometen nicht immer etwas Selbstverständliches. Wenn wir nun in der Gleichheit eine Beziehung zwischen dem sehen wollten, was die Namen » a « und » b « bedeuten, so schieue $a = b$ von $a = a$ nicht verschieden sein zu können, falls nämlich $a = b$ wahr ist. Es wäre hiermit eine Beziehung eines Dinges zu sich selbst ausgedrückt, und zwar eine solche, in der jedes Ding mit sich selbst, aber kein Ding mit einem anderen sich. Was man mit $a = b$ sagen will, scheint zu sein, daß die Zeichen oder Namen » a « und » b « dasselbe bedeuten, und dann wäre eben von jenen Zeichen die Rede; es würde eine Beziehung zwischen ihnen behauptet. Aber diese Beziehung bestände zwischen den Namen oder Zeichen nur, insofern sie etwas benennen oder bezeichnen. Sie wäre eine Vermittlung durch die Verküpfung jedes der beiden Zeichen mit demselben Bezeichneten. Diese aber ist willkürlich. Man kann keinem vertieren, irgendeinen willkürlich hervorubringenden Vorgang oder Gegenstand zum Zeichen für irgend etwas anzunehmen. Damit würde dann ein Satz $a = b$ nicht mehr die Sache selbst, sondern nur noch unsere Bezeichnungsweise betreffen; wir würden keine eigentliche Erkenntnis darin ausdrücken. Das wollen wir aber doch gerade in vielen Fällen. Wenn sich das Zeichen » a « von dem Zeichen » b « nur als Gegenstand (hier durch die Gestalt) unterscheidet, nicht als Zeichen; das

* (Vgl. Grundgesetze der Arithmetik I, §§ 25, 34–37, Hing.)

¹ Ich brauche dies Wort im Sinne von Identität und verstehe » $a = b$ « in dem Sinne von » a ist dasselbe wie b « oder a und b »fallen zusammen«.

soll heißen: nicht in der Weise, wie es etwas bezeichnet; so würde der Erkenntniswert von $a = a$ wesentlich gleich dem von $a = b$ sein, falls $a = b$ wahr ist. Eine Verschiedenheit kann nur dadurch zustande kommen, daß der Unterschied des Zeichens einem Unterschied in der Art des Gegebenseins des Bezeichneten entspricht. Es seien a, b, c die Geraden, welche die Ecken eines Dreiecks mit den Mitten der Gegenseiten verbinden. Der Schnittpunkt von a und b ist dann derselbe wie der Schnittpunkt von b und c . Wir haben also verschiedene Bezeichnungen für denselben Punkt, und diese Namen (a Schnittpunkt von a und b , b Schnittpunkt von b und c) deuten zugleich auf die Art des Gegebenseins, und daher ist in dem Satze eine wirkliche Erkenntnis enthalten.

Es liegt nun nahe, mir einem Zeichen (Namen, Wortverbindung, Schriftzeichen) außer dem Bezeichneten, was die Bedeutung des Zeichens heißen möge, noch das verbundene zu denken, was ich den Sinn des Zeichens nennen möchte, worin die Art des Gegebenseins enthalten ist. Es würde danach in unseren Beispiele zwar die Bedeutung der Ausdrücke »der Schnittpunkt von a und b « und »der Schnittpunkt von b und c « dieselbe sein, aber nicht ihr Sinn. Es würde die Bedeutung von »Abendstern« und »Morgenstern« dieselbe sein, aber nicht der Sinn.

Aus dem Zusammenhange geht hervor, daß ich hier unter »Zeichen« und »Namen« irgendeine Bezeichnung verstanden habe, die einen Eigennamen vertritt, deren Bedeutung also ein bestimmter Gegenstand ist (dies Wort im weitesten Umfange genommen), aber kein Begriff und keine Beziehung, auf die in einem anderen Aufsatze näher eingegangen werden soll [*]. Die Bezeichnung eines einzelnen Gegenstandes kann auch aus mehreren Worten oder sonstigen Zeichen bestehen. Der Kürze wegen mag jede solche Bezeichnung Eigenname genannt werden.

Der Sinn eines Eigennamens wird von jedem erfäßt, der die Sprache oder das Ganze von Bezeichnungen hinreichend kennt, der er angehört²; damit ist die Bedeutung aber, falls sie vorhanden ist, doch

* [Gemeint ist »Über Begriff und Gegenstand«, vgl. S. 47–60. Hrsq.]

² Bei einem eigentlichen Eigennamen wie »Aristoteles« können freilich die Meinungen über den Sinn auseinandergehen. Man könnte z. B. als solchen annehmen: der Schüler Platos und Lehrer Alexanders des Großen. Wer dies tut, wird mit dem Satze »Aristoteles war aus Stagira gebürtig« einen anderen Sinn verbinden als einer, der als Sinn dieses Namens annimmt: der aus Stagira gebürtige Lehrer Alexanders des Großen. Solange nur die Bedeutung dieselbe bleibt, lassen sich diese Schwankungen des Sinnes ertragen, wiewohl auch sie in dem Lehrgebäude einer beweisenden Wis-

immer nur einseitig beleuchtet. Zu einer allseitigen Erkenntnis der Bedeutung würde gehören, daß wir von jedem gegebenen Sinne sogleich angeben könnten, ob er zu ihr gehöre. Dahin gelangen wir nie.

Die regelmäßige Verknüpfung zwischen dem Zeichen, dessen Sinn und dessen Bedeutung ist derart, daß dem Zeichen ein bestimmter Sinn und diesem wieder eine bestimmte Bedeutung entspricht, während zu einer Bedeutung (einem Gegenstande) nicht nur ein Zeichen zugehört. Derselbe Sinn hat in verschiedenen Sprachen, ja auch in derselben verschiedenen Ausdrücke. Freilich können Ausnahmen von diesem regelmäßigen Verhalten vor. Gewiß sollte in einem vollkommenen Ganzen von Zeichen jedem Ausdruck ein bestimmter Sinn entsprechen; aber die Volkssprachen erfüllen diese Forderung vielfach nicht, und man muß zufrieden sein, wenn nur in demselben Zusammenhange dasselbe Wort immer denselben Sinn hat. Vielleicht kann man zugeben, daß ein grammatisch richtig gebildeter Ausdruck, der für einen Eigennamen steht, immer einen Sinn habe. Aber ob dem Sinne nun auch eine Bedeutung entspreche, ist damit nicht gesagt. Die Worte »der von der Erde am weitesten entfernte Himmelskörper« haben einen Sinn; ob sie aber auch eine Bedeutung haben, ist sehr zweifelhaft. Der Ausdruck »die am wenigsten konvergente Reihe« hat einen Sinn; aber man beweist, daß er keine Bedeutung hat, da man zu jeder konvergenten Reihe eine weniger konvergente, aber immer noch konvergente finden kann. Dadurch also, daß man einen Sinn auffaßt, hat man noch nicht mit Sicherheit eine Bedeutung.

Wenn man in der gewöhnlichen Weise Worte gebraucht, so ist das, wovon man sprechen will, deren Bedeutung. Es kann aber auch vorkommen, daß man von den Worten selbst oder von ihrem Sinne reden will. Jenes geschieht z. B., wenn man die Worte eines anderen in gerader Rede anführt. Die eigenen Worte bedeuten dann zunächst die Worte des anderen, und erst diese haben die gewöhnliche Bedeutung. Wir haben dann Zeichen von Zeichen. In der Schrift schließt man in diesem Falle die Wortbilder in Anführungszeichen ein. Es darf also ein in Anführungszeichen stehendes Wortbild nicht in der gewöhnlichen Bedeutung genommen werden.

Wenn man von dem Sinne eines Ausdrucks »A« reden will, so kann man dies einfach durch die Wendung »der Sinn des Ausdrucks »A««. In der ungeraden Rede spricht man von dem Sinne z. B. der Sprecherschaft zu vermeiden sind und in einer vollkommenen Sprache nicht vorkommen dürften.

Rede eines anderen. Es ist daraus klar, daß auch in dieser Redeweise die Worte nicht ihre gewöhnliche Bedeutung haben, sondern das bedeuten, was gewöhnlich ihr Sinn ist. Um einen kurzen Ausdruck zu haben, wollen wir sagen: die Wörter werden in der ungeraden Rede *ungerade* gebraucht, oder haben ihre *ungerade* Bedeutung. Wir unterscheiden demnach die *gewöhnliche* Bedeutung eines Wortes von seiner *ungeraden* und seinen *gewöhnlichen* Sinn von seinem *ungeraden* Sinne. Die ungerade Bedeutung eines Wortes ist also sein gewöhnlicher Sinn. Solche Ausnahmen muß man immer im Auge behalten, wenn man die Verknüpfungsweise von Zeichen, Sinn und Bedeutung im einzelnen Falle richtig auffassen will.

- 29 Von der Bedeutung und dem Sinne eines Zeichens ist die mit ihm verknüpfte Vorstellung zu unterscheiden. Wenn die Bedeutung eines Zeichens ein sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand ist, so ist meine Vorstellung davon ein aus Erinnerungen von Sinnesindrücken, die ich gehabt habe, und von Tätigkeiten, inneren sowohl wie äußeren, die ich ausgeübt habe, entstandenes inneres Bild³. Dieses ist oft mit Gefühlen getränkt; die Deutlichkeit seiner einzelnen Teile ist verschieden und schwankend. Nicht immer ist, auch bei demselben Menschen, dieselbe Vorstellung mit demselben Sinne verbunden. Die Vorstellung ist subjektiv. Die Vorstellung des einen ist nicht die des anderen. Damit sind von selber mannigfache Unterschiede der mit demselben Sinne verknüpften Vorstellungen gegeben. Ein Maler, ein Reiter, ein Zoologe werden wahrscheinlich sehr verschiedene Vorstellungen mit dem Namen »Bucephalus« verbinden. Die Vorstellung unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem Sinne eines Zeichens, welcher gemeinsames Eigentum von vielen sein kann und also nicht Teil oder Modus der Einzelseele ist; denn man wird wohl nicht leugnen können, daß die Menschheit einen gemeinsamen Schatz von Gedanken hat, den sie von einem Geschlechte auf das andere überträgt⁴.

³ Wir können mit den Vorstellungen gleich die Anschauungen zusammennehmen, bei denen die Sinnesindrücke und die Tätigkeiten selbst an die Stelle der Spuren treten, die sie in der Seele zurückgelassen haben. Der Unterschied ist für unseren Zweck unerheblich, zumal wohl immer neben den Empfindungen und Tätigkeiten Erinnerungen von solchen das Anschauungsbild vollenden helfen. Man kann unter Anschauung aber auch einen Gegenstand verstehen, sofern er sinnlich wahrnehmbar oder räumlich ist.

⁴ Darum ist es unzweckmäßig, mit dem Worte »Vorstellung« so Grundverschiedenes zu bezeichnen.

- 30 Während es demnach keinem Bedenken unterliegt, von dem Sinne schlechweg zu sprechen, muß man bei der Vorstellung genau genommen hinzufügen, wem sie angehört und zu welcher Zeit. Man könnte vielleicht sagen: ebensogut, wie mit demselben Worte der eine diese, der andere jene Vorstellung verbindet, kann auch der eine diesen, der andere jenen Sinn damit verknüpfen. Doch besteht der Unterschied dann doch nur in der Weise dieser Verknüpfung. Das hindert nicht, daß beide denselben Sinn auffassen; aber dieselbe Vorstellung können sie nicht haben. *Si duo idem faciunt, non est idem*. Wenn zwei sich dasselbe vorstellen, so hat jeder doch seine eigene Vorstellung. Es ist zwar zuweilen möglich, Unterschiede der Vorstellungen, ja der Empfindungen verschiedener Menschen festzustellen; aber eine genaue Vergleichung ist nicht möglich, weil wir diese Vorstellungen nicht in demselben Bewußtsein zusammen haben können.

Die Bedeutung eines Eigennamens ist der Gegenstand selbst, den wir damit bezeichnen; die Vorstellung, welche wir dabei haben, ist ganz subjektiv; dazwischen liegt der Sinn, der zwar nicht mehr subjektiv wie die Vorstellung, aber doch auch nicht der Gegenstand selbst ist. Folgendes Gleichnis ist vielleicht geeignet, diese Verhältnisse zu verdeutlichen. Jemand betrachtet den Mond durch ein Fernrohr. Ich vergleiche den Mond selbst mit der Bedeutung; er ist der Gegenstand der Beobachtung, die vermittelt wird durch das reelle Bild, welches vom Objektivglase im Innern des Fernrohrs entworfen wird, und durch das Netzhautbild des Betrachtenden. Jenes ver gleiche ich mit dem Sinne, dieses mit der Vorstellung oder Anschauung. Das Bild im Fernrohr ist zwar nur einseitig; es ist abhängig vom Standorte; aber es ist doch objektiv, insofern es mehreren Beobachtern dienen kann. Es ließe sich allenfalls einrichten, daß gleichzeitig mehrere es benutzen. Von den Netzhautbildern aber würde jeder doch sein eigenes haben. Selbst eine geometrische Kongruenz würde wegen der verschiedenen Bildung der Augen kaum zu erreichen sein, ein wirkliches Zusammenfallen aber wäre ausgeschlossen. Dies Gleichnis ließe sich vielleicht noch weiter ausführen, indem man annähme, das Netzhautbild des A könnte dem B sichtbar gemacht werden; oder auch A selbst könnte in einem Spiegel sein eigenes Netzhautbild sehen. Hiermit wäre vielleicht zu zeigen, wie eine Vorstellung zwar selbst zum Gegenstande genommen werden kann, als solche aber doch dem Betrachter nicht das ist, was sie unmittelbar dem Vorstellenden ist. Doch würde, dies zu verfolgen, wohl zu weit abführen.

Wir können nun drei Stufen der Verschiedenheit von Wörtern,

31 Ausdrücken und ganzen Sätzen erkennen. Entweder betrifft der Unterschied höchstens die Vorstellungen, oder den Sinn aber nicht die Bedeutung, oder endlich auch die Bedeutung. In bezug auf die erste Stufe ist zu bemerken, daß wegen der unsicheren Verbindung der Vorstellungen mit den Worten, für den einen eine Verschiedenheit bestehen kann, die der andere nicht findet. Der Unterschied der Übersetzung von der Umschrift soll eigentlich die erste Stufe nicht überschreiten. Zu den hier noch möglichen Unterschieden gehören die Färbungen und Beleuchtungen, welche Dichtkunst [und] Beredamkeit dem Sinne zu gehen suchen. Diese Färbungen und Beleuchtungen sind nicht objektiv, sondern jeder Hörer und Leser muß sie sich selbst nach den Winkeln des Dichters oder Redners hinzuschaffen. Ohne eine Verwandtschaft des menschlichen Vorstellens wäre freilich die Kunst nicht möglich, wieweit aber den Absichten des Dichters entsprochen wird, kann nie genau ermittelt werden.

Von den Vorstellungen und Anschauungen soll im folgenden nicht mehr die Rede sein; sie sind hier nur erwähnt worden, damit die Vorstellung, die ein Wort bei einem Hörer erweckt, nicht mit dessen Sinne oder dessen Bedeutung verwechselt werde.

Um einen kurzen und genauen Ausdruck möglich zu machen, mögen folgende Redewendungen festgesetzt werden:

Ein Eigenname (Wort, Zeichen, Zeichenverbindung, Ausdruck) drückt aus seinem Sinn, bedeutet oder bezeichnet seine Bedeutung. Wir drücken mit einem Zeichen dessen Sinn aus und bezeichnen mit ihm dessen Bedeutung.

Von idealistischer und skeptischer Seite ist vielleicht schon längst eingewendet worden: »Du sprichst hier ohne weiteres von dem Monde als einem Gegenstande; aber woher weißt du, daß der Name »der Mond« überhaupt eine Bedeutung hat, woher weißt du, daß überhaupt irgend etwas eine Bedeutung hat? Ich antworte, daß es nicht unsere Absicht ist, von unserer Vorstellung des Mondes zu sprechen, und daß wir uns auch nicht mit dem Sinne begnügen, wenn wir »der Mond« sagen; sondern wir setzen eine Bedeutung voraus. Es hieße, den Sinn geradezu verfehlen, wenn man annehmen wollte, in dem Satze »der Mond ist kleiner als die Erde« sei von einer Vorstellung des Mondes die Rede. Wollte der Sprechende dies, so würde er die Wendung »meine Vorstellung vom Monde« gebrauchen. Nun können wir uns in jener Voraussetzung freilich irren, und solche Irrtümer sind auch vorgekommen. Die Frage aber, ob wir uns vielleicht immer darin irren, kann hier unbeantwortet bleiben; es genügt zunächst, auf unsere Absicht beim Sprechen oder

Denken hinzuweisen, um es zu rechtfertigen, von der Bedeutung eines Zeichens zu sprechen, wenn auch mit dem Vorbehalt: falls eine solche vorhanden ist.

33 Bisher sind Sinn und Bedeutung nur von solchen Ausdrücken, Wörtern, Zeichen betrachtet worden, welche wir Eigennamen genannt haben. Wir fragen nun nach Sinn und Bedeutung eines ganzen Behauptungssatzes. Ein solcher Satz enthält einen Gedanken⁵. Ist dieser Gedanke nun als dessen Sinn oder als dessen Bedeutung anzusehen? Nehmen wir einmal an, der Satz habe eine Bedeutung! Ersetzen wir nun in ihm ein Wort durch ein anderes von derselben Bedeutung, aber anderem Sinne, so kann dies auf die Bedeutung des Satzes keinen Einfluß haben. Nun sehen wir aber, daß der Gedanke sich in solchem Falle ändert; denn es ist z.B. der Gedanke des Satzes »der Morgenstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper« verschieden von dem des Satzes »der Abendstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper«. Jemand, der nicht wüßte, daß der Abendstern der Morgenstern ist, könnte den einen Gedanken für wahr, den anderen für falsch halten. Der Gedanke kann also nicht die Bedeutung des Satzes sein, vielmehr werden wir ihn als den Sinn aufzufassen haben. Wie ist es nun aber mit der Bedeutung? Dürfen wir überhaupt danach fragen? Hat vielleicht ein Satz als Ganzes nur einen Sinn, aber keine Bedeutung? Man wird jedenfalls erwarten können, daß solche Sätze vorkommen, ebenso gut, wie es Satzteile gibt, die wohl einen Sinn, aber keine Bedeutung haben. Und Sätze, welche Eigennamen ohne Bedeutung enthalten, werden von der Art sein. Der Satz »Odysseus wurde tief schlafend in Ithaka ans Land gesetzt« hat offenbar einen Sinn. Da es aber zweifelhaft ist, ob der darin vorkommende Name »Odysseus« eine Bedeutung habe, so ist es damit auch zweifelhaft, ob der ganze Satz eine habe. Aber sicher ist doch, daß jemand, der im Ernste den Satz für wahr oder für falsch hält, auch dem Namen »Odysseus« eine Bedeutung zuerkennt, nicht nur einen Sinn; denn der Bedeutung dieses Namens wird ja das Prädikat zu- oder abgesprochen. Wer eine Bedeutung nicht anerkennt, der kann ihr ein Prädikat weder zu- noch abspreschen. Nun wäre aber das Vordringen bis zur Bedeutung des Namens überflüssig; man könnte sich mit dem Sinne begnügen, wenn man beim Gedanken stehenbleiben wollte. Käme es nur auf den Sinn des Satzes, den Gedanken, an, so wäre es unnötig, sich um die

⁵ Ich verstehe unter Gedanken nicht das subjektive Tun des Denkens, sondern dessen objektiven Inhalt, der fähig ist, gemeinsames Eigentum von vielen zu sein.

Bedeutung eines Satzzeils zu kümmern: für den Sinn des Satzes kann ja nur der Sinn, nicht die Bedeutung dieses Teiles in Betracht kommen. Der Gedanke bleibt derselbe, ob der Name »Odysseus« eine Bedeutung hat oder nicht. Daß wir uns überhaupt um die Bedeutung eines Satzzeils bemühen, ist ein Zeichen dafür, daß wir auch für den Satz selbst eine Bedeutung im allgemeinen anerkennen und fordern. Der Gedanke verliert für uns an Wert, sobald wir erkennen, daß zu einem seiner Teile die Bedeutung fehlt. Wir sind also wohl berechtigt, uns nicht mit dem Sinne eines Satzes zu begnügen, sondern auch nach seiner Bedeutung zu fragen. Warum wollen wir denn aber, daß jeder Eigenname nicht nur einen Sinn, sondern auch eine Bedeutung habe? Warum genügt uns der Gedanke nicht *Weil* und soweit es uns auf seinen Wahrheitswert ankommt. Nicht immer ist dies der Fall. Beim Anhören eines Epos z. B. fesseln uns neben dem Wohlklinge der Sprache allein die Sinn der Sätze und die davon erweckten Vorstellungen und Gefühle. Mir der Frage nach der Wahrheit würden wir den Kunstgenuß verlassen und uns einer wissenschaftlichen Betrachtung zuwenden. Daher ist es uns auch gleichgültig, ob der Name »Odysseus« z. B. eine Bedeutung habe, solange wir das Gedicht als Kunstwerk aufnehmen⁶. Das Streben nach Wahrheit also ist es, was uns überall vom Sinn zur Bedeutung vorzudringen treibt.

Wir haben gesehen, daß zu einem Satze immer dann eine Bedeutung zu suchen ist, wenn es auf die Bedeutung der Bestandteile ankommt; und das ist immer dann und nur dann der Fall, wenn wir nach dem Wahrheitswerte fragen.

34 So werden wir dahin gedrängt, den *Wahrheitswert* eines Satzes als seine Bedeutung anzuerkennen. Ich verstehe unter dem Wahrheitswerte eines Satzes den Umstand, daß er wahr oder daß er falsch ist. Weitere Wahrheitswerte gibt es nicht. Ich nenne der Kürze halber den einen das Wahre, den anderen das Falsche. Jeder Behauptungssatz, in dem es auf die Bedeutung der Wörter ankommt, ist also als Eigenname aufzufassen, und zwar ist seine Bedeutung, falls sie vorhanden ist, entweder das Wahre oder das Falsche. Diese beiden Gegenstände werden von jedem, wenn auch nur stillschweigend, anerkannt, der überhaupt urteilt, der etwas für wahr hält, also auch

⁶ Es wäre wünschenswert, für Zeichen, die nur einen Sinn haben sollen, einen besonderen Ausdruck zu haben. Nennen wir solche etwa Bilder, so würden die Worte des Schauspielers auf der Bühne Bilder sein, ja der Schauspieler selber wäre ein Bild.

vom Skeptiker. Die Bezeichnung der Wahrheitswerte als Gegenstände mag hier noch als willkürlicher Einfall und vielleicht als bloßes Spiel mit Worten erscheinen, aus dem man keine tiefgehenden Folgerungen ziehen dürfe. Was ich einen Gegenstand nenne, kann genauer nur im Zusammenhange mit Begriff und Beziehung erörtert werden. Das will ich einem anderen Aufsätze vorbehalten⁷. Aber soviel möchte doch schon hier klar sein, daß in jedem Urteil⁸ — und sei es noch so selbstverständlich — schon der Schritt von der Stufe der Gedanken zur Stufe der Bedeutungen (des Objektiven) geschehen ist.

Man könnte versucht sein, das Verhältnis des Gedankens zum Wahren nicht als das des Sinnes zur Bedeutung, sondern als das des Subjekts zum Prädikate anzusehen. Man kann ja geradezu sagen: »Der Gedanke, daß 5 eine Primzahl ist, ist wahr.« Wenn man aber genauer zusieht, so bemerkt man, daß damit eigentlich nicht mehr gesagt ist als in dem einfachen Satz »5 ist eine Primzahl«. Die Behauptung der Wahrheit liegt in beiden Fällen in der Form des Behauptungssatzes, und da, wo diese nicht ihre gewöhnliche Kraft hat, z. B. im Munde eines Schauspielers auf der Bühne, enthält der Satz »der Gedanke, daß 5 eine Primzahl ist, ist wahr« eben auch nur einen Gedanken, und zwar denselben Gedanken wie das einfache »5 ist eine Primzahl«. Daraus ist zu entnehmen, daß das Verhältnis des Gedankens zum Wahren doch mit dem des Subjekts zum Prädikate nicht verglichen werden darf. Subjekt und Prädikat sind ja (im logischen Sinne verstanden) Gedankenreihen; sie stehen auf derselben Stufe für das Erkennen. Man gelangt durch die Zusammenfügung von Subjekt und Prädikat immer nur zu einem Gedanken, nie von einem Sinne zu dessen Bedeutung; nie von einem Gedanken zu dessen Wahrheitswerte. Man bewegt sich auf derselben Stufe, aber man schreibt nicht von einer Stufe zur nächsten vor. Ein Wahrheitswert kann nicht Teil eines Gedankens sein, so wenig wie etwa die Sonne, weil er kein Sinn ist, sondern ein Gegenstand.

Wenn unsere Vermutung richtig ist, daß die Bedeutung eines Satzes sein Wahrheitswert ist, so muß dieser unverändert bleiben, wenn ein Satzteil durch einen Ausdruck von derselben Bedeutung, aber anderem Sinne ersetzt wird. Und das ist in der Tat der Fall. *Leibniz* erklärt geradezu: »Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui

* [Vgl. Anm. S. 24. Hsg.]

⁷ Ein Urteil ist mir nicht das bloße Fassen eines Gedankens, sondern die Anerkennung seiner Wahrheit.

possunt, *satis veritate* [*]. Was sonst als der Wahrheitswert könnte auch gefunden werden, das ganz allgemein zu jedem Satze gehört, bei dem überhaupt die Bedeutung der Bestandteile in Betracht kommt, was bei einer Ersetzung der angegebenen Art unverändert bleibe?

- Wenn nun der Wahrheitswert eines Satzes dessen Bedeutung ist, so haben einerseits alle wahren Sätze dieselbe Bedeutung, andererseits alle falschen. Wir sehen daraus, daß in der Bedeutung des Satzes alles einzelne vermischt ist. Es kann uns also niemals auf die Bedeutung eines Satzes allein ankommen; aber auch der bloße Gedanke gibt keine Erkenntnis, sondern erst der Gedanke zusammen mit seiner Bedeutung, d.h. seinem Wahrheitswerte. Urteilen kann als Fortschreiten von einem Gedanken zu seinem Wahrheitswerte gefaßt werden. Freilich soll dies keine Definition sein. Das Urteilen ist eben etwas ganz Eigenartiges und Unvergleichliches. Man könnte auch sagen, Urteilen sei Unterscheiden von Teilen innerhalb des Wahrheitswertes. Diese Unterscheidung geschieht durch Rückgang zum Gedanken. Jeder Sinn, der zu einem Wahrheitswerte gehört, würde einer eigenen Weise der Zerlegung entsprechen. Das Wort »Teil« habe ich hier allerdings in besonderer Weise gebraucht. Ich habe nämlich das Verhältnis des Ganzen und des Teils vom Satze auf seine Bedeutung übertragen, indem ich die Bedeutung eines Wortes Teil der Bedeutung des Satzes genannt habe, wenn das Wort selbst Teil dieses Satzes ist, eine Redeweise, die freilich anfechtbar ist, weil bei der Bedeutung durch das Ganze und einen Teil der andere nicht bestimmt ist, und weil man bei Körpern das Wort Teil schon in anderem Sinne gebraucht. Es müßte ein eigener Ausdruck hierfür geschaffen werden.

Es soll nun die Vermutung, daß der Wahrheitswert eines Satzes dessen Bedeutung ist, weiter geprüft werden. Wir haben gefunden, daß der Wahrheitswert eines Satzes unberührt bleibt, wenn wir darin einen Ausdruck durch einen gleichbedeutenden ersetzen: Wir haben aber dabei den Fall noch nicht betrachtet, daß der zu ersetzende Ausdruck selber ein Satz ist. Wenn nun unsere Ansicht richtig ist, so muß der Wahrheitswert eines Satzes, der einen anderen als Teil enthält, unverändert bleiben, wenn wir für den Teilsatz einen anderen einsetzen, dessen Wahrheitswert derselbe ist. Ausnahmen

* [Diese Formulierung ist nicht belegt. Eine andere Version zitiert F. in den »Grundlagen der Arithmetik« S. 76. Wie oben, nur mit »ubique« statt »nuncius«, definiert Leibniz in einem bei *Cantuar* (Opusculas et Fragmentis ... de L., S. 264) gedruckten Fragment. Hrg.]

sind dann zu erwarten, wenn das Ganze oder der Teilsatz gerade oder ungerade Rede sind; denn, wie wir gesehen haben, ist die Bedeutung der Worte dann nicht die gewöhnliche. Ein Satz bedeutet in der geraden Rede wieder einen Satz und in der ungeraden einen Gedanken.

- Wir werden so auf die Betrachtung der Nebensätze hingelenkt. Diese treten ja als Teile eines Satzgefüges auf, das vom logischen Gesichtspunkte aus gleichfalls als Satz, und zwar als Hauptsatz, erscheint. Aber es tritt uns hier die Frage entgegen, ob denn von den Nebensätzen gleichfalls gilt, daß ihre Bedeutung ein Wahrheitswert sei. Von der ungeraden Rede wissen wir ja schon das Gegenteil. Die Grammatiker sehen die Nebensätze als Vertreter von Satzteilen an und teilen sie danach ein in Nennsätze, Beisätze, Adverbisätze. Daraus könnte man die Vermutung schöpfen, daß die Bedeutung eines Nebensatzes nicht ein Wahrheitswert, sondern gleichartig sei der eines Nennworts oder Beiworts oder Adverbs, kurz eines Satzteils, der als Sinn keinen Gedanken, sondern nur einen Teil eines solchen hat. Nur eine eingehendere Untersuchung kann darüber Klarheit verschaffen. Wir werden uns dabei nicht streng an den grammatischen Leitfaden halten, sondern das zusammenfassen, was logisch gleichartig ist. Suchen wir zunächst solche Fälle auf, in denen der Sinn des Nebensatzes, wie wir eben vermuteten, kein selbständiger Gedanke ist.

- 37 Zu den mit »daß« eingeleiteten abstrakten Nennsätzen gehört auch die ungerade Rede, von der wir gesehen haben, daß in ihr die Wörter ihre ungerade Bedeutung haben, welche mit dem übereinstimmt, was gewöhnlich ihr Sinn ist. In diesem Falle hat also der Nebensatz als Bedeutung einen Gedanken, keinen Wahrheitswert; als Sinn keinen Gedanken, sondern den Sinn der Worte »der Gedanke, daß ...«, welcher nur Teil des Gedankens des ganzen Satzgefüges ist. Dies kommt vor nach »sagen«, »hören«, »meinen«, »überzeugt sein«, »schließen« und ähnlichen Wörtern⁸. Anders, und zwar ziemlich verwickelt, liegt die Sache nach Wörtern wie »erkennen«, »wissen«, »wähnen«, was später zu betrachten sein wird.

Daß in unseren Fällen die Bedeutung des Nebensatzes in der Tat der Gedanke ist, sieht man auch daran, daß es für die Wahrheit des Ganzen gleichgültig ist, ob jener Gedanke wahr ist oder falsch. Man vergleiche z.B. die beiden Sätze: »Kopernikus glaubte, daß die Bah-

⁸ In »A« log, daß er den B gesehen habe« bedeutet der Nebensatz einen Gedanken, von dem erstens gesagt wird, daß A ihn als wahr behauptete, und zweitens, daß A von seiner Falschheit überzeugt war.

nen der Planeten Kreise seien« und »Kopernikus glaubte, daß der Schein der Sonnenbewegung durch die wirkliche Bewegung der Erde hervorgebracht werde«. Man kann hier unbeschadet der Wahrheit den einen Nebensatz für den anderen einsetzen. Der Hauptsatz zusammen mit dem Nebensatz hat als Sinn nur einen einzigen Gedanken, und die Wahrheit des Ganzen schließt weder die Wahrheit noch die Unwahrheit des Nebensatzes ein. In diesen Fällen ist es nicht erlaubt, in dem Nebensatz einen Ausdruck durch einen anderen zu ersetzen, der dieselbe gewöhnliche Bedeutung hat, sondern nur durch einen solchen, welcher dieselbe ungerade Bedeutung, d.h. denselben gewöhnlichen Sinn hat. Wenn jemand schließen wollte: die Bedeutung eines Satzes ist nicht sein Wahrheitswert, »denn dann dürfte man ihn überall durch einen anderen von demselben Wahrheitswerte ersetzen«, so würde er zuviel beweisen; ebenso gut könnte man behaupten, daß die Bedeutung des Wortes »Morgenstern« nicht die Venus sei; denn man dürfte nicht überall für »Morgenstern« »Venus« sagen. Mir Recht kann man nur folgen, daß die Bedeutung des Satzes *nicht immer* sein Wahrheitswert ist, und daß »Morgenstern« nicht immer den Planeten Venus bedeuten, nämlich dann nicht, wenn dies Wort seine ungerade Bedeutung hat. Ein solcher Ausnahmefall liegt in den eben betrachteten Nebensätzen vor deren Bedeutung ein Gedanke ist.

Wenn man sagt »es scheint, daß ...«, so meint man »es scheint mir, daß ...«, oder »ich meine, daß ...«. Wir haben also wieder den Fall. Ähnlich liegt die Sache bei Ausdrücken wie »sich freuen«, »bedauern«, »billigen«, »tadeln«, »hoffen«, »fürchten«. Wenn Wellington sich gegen Ende der Schlacht bei Belle-Alliance freute, daß die Preußen kämen, so war der Grund seiner Freude eine Überzeugung. Wenn er sich getäuscht hätte, so würde er sich, solange sein Wahn dauerte, nicht minder gefreut haben, und bevor er die Überzeugung gewann, daß die Preußen kämen, konnte er sich nicht darüber freuen, obwohl sie in der Tat schon anrückten.

Wie eine Überzeugung oder ein Glaube Grund eines Gefühls ist, so kann sie auch Grund einer Überzeugung sein wie beim Schließen. In dem Satze: »Kolumbus schloß aus der Rundung der Erde, daß er nach Westen reisend Indien erreichen könne«, haben wir als Bedeutungen von Teilen zwei Gedanken: daß die Erde rund sei, und daß Kolumbus nach Westen reisend Indien erreichen könne. Es kommt hier wieder nur darauf an, daß Kolumbus von dem einen und von dem anderen überzeugt war, und daß die eine Überzeugung Grund der anderen war. Ob die Erde wirklich rund ist und Kolumbus nach Westen reisend wirklich Indien so, wie er dachte,

erreichen konnte, ist für die Wahrheit unseres Satzes gleichgültig; aber nicht gleichgültig ist, ob wir für »die Erde« setzen »der Planet«, welcher von einem Monde begleitet ist, dessen Durchmesser größer als der vierle Teil seines eigenen ist«. Auch hier haben wir die ungerade Bedeutung der Worte.

Die Adverbialsätze des Zwecks mit »damit« gehören auch hierher; denn offenbar ist der Zweck ein Gedanke; daher: ungerade Bedeutung der Worte, Konjunktiv.

Der Nebensatz mit »daß« nach »befehlen«, »bitten«, »verhieten« würde in gerader Rede als Imperativ erscheinen. Ein solcher hat keine Bedeutung, sondern nur einen Sinn. Ein Befehl, eine Bitte sind zwar nicht Gedanken, aber sie stehen doch mit Gedanken auf derselben Stufe. Daher haben in den von »befehlen«, »bitten« usw. abhängigen Nebensätzen die Worte ihre ungerade Bedeutung. Die Bedeutung eines solchen Satzes ist also nicht ein Wahrheitswert, sondern ein Befehl, eine Bitte u. dgl.

Ähnlich ist es bei der abhängigen Frage in Wendungen wie »zweifeln, ob«, »nicht wissen, was«. Daß auch hier die Wörter in ihrer ungeraden Bedeutung zu nehmen sind, ist leicht zu sehen. Die abhängigen Fragesätze mit »wer«, »was«, »wo«, »wann«, »wie«, »wo-durch« usw. nähern sich zuweilen scheinbar sehr Adverbialsätzen, in denen die Worte ihre gewöhnliche Bedeutung haben. Sprachlich unterscheiden sich diese Fälle durch den Modus des Verbs. Beim Konjunktiv haben wir abhängige Frage und ungerade Bedeutung der Worte, so daß ein Eigenname nicht allgemein durch einen anderen desselben Gegenstandes ersetzt werden kann.

In den bisher betrachteten Fällen hatten die Worte im Nebensatz ihre ungerade Bedeutung, und daraus wurde erklärt, daß auch die Bedeutung des Nebensatzes selbst eine ungerade war: d.h. nicht ein Wahrheitswert, sondern ein Gedanke, ein Befehl, eine Bitte, eine Frage. Der Nebensatz konnte als Nennwort aufgefaßt werden, ja, man könnte sagen: als Eigenname jenes Gedankens, jenes Befehls usw., als welcher er in den Zusammenhang des Satzgefüges eintrat.

Wir kommen jetzt zu anderen Nebensätzen, in denen die Worte zwar ihre gewöhnliche Bedeutung haben, ohne daß doch als Sinn ein Gedanke und als Bedeutung ein Wahrheitswert aufritt. Wie das möglich ist, wird am besten an Beispielen deutlich.

»Der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte, starb im Elend.«

Wenn hier der Nebensatz als Sinn einen Gedanken hätte, so müßte es möglich sein, diesen auch in einem Hauptsatz auszu-

drücken. Aber dies geht nicht, weil das grammatische Subjekt »der keinen selbständigen Sinn hat, sondern die Beziehungen auf den Nachsatz «starr im Elend« vermittelt. Daher ist auch der Sinn des Nebensatzes kein vollständiger Gedanke und seine Bedeutung kein Wahrheitswert, sondern Kepler. Man könnte einwenden, daß der Sinn des Ganzen doch als Teil einen Gedanken einschlieÙe, nämlich daß es einen gab, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen zuerst erkannte; denn wer das Ganze für wahr halte, könne diesen Teil nicht verneinen. Das letztere ist zweifellos; aber nur, weil sonst der Nebensatz »der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte« keine Bedeutung hätte. Wenn man etwas behauptet, so ist immer die Voraussetzung selbstverständlich, daß die gebrauchten einfachen oder zusammengesetzten Eigennamen eine Bedeutung haben. Wenn man also behauptet, »Kepler starb im Elend«, so ist dabei vorausgesetzt, daß der Name »Kepler« etwas bezeichne; aber darum ist doch im Sinne des Satzes »Kepler starb im Elend« der Gedanke, daß der Name »Kepler« etwas bezeichne, nicht enthalten. Wenn das der Fall wäre, müÙte die Verneinung nicht lauten

»Kepler starb nicht im Elend«,

sondern

»Kepler starb nicht im Elend, oder der Name Kepler ist bedeutungslos«.

Daß der Name »Kepler« etwas bezeichne, ist vielmehr Voraussetzung ebenso für die Behauptung

»Kepler starb im Elend«

wie für die entgegengesetzte. Nun haben die Sprachen den Mangel, daß in ihnen Ausdrücke möglich sind, welche nach ihrer grammatischen Form bestimmt erscheinen, einen Gegenstand zu bezeichnen, diese ihre Bestimmung aber in besonderen Fällen nicht erreichen, weil das von der Wahrheit eines Satzes abhängt. So hängt es von der Wahrheit des Satzes

»es gab einen, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte«

ab, ob der Nebensatz

»der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte«

wirklich einen Gegenstand bezeichnet oder nur den Schein davon erweckt, in der Tat jedoch bedeutungslos ist. Und so kann es schlei-

nen, als ob unser Nebensatz als Teil seines Sinnes den Gedanken enthalte, es habe einen gegeben, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte. Wäre das richtig, so müÙte die Verneinung lauten:

»der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen zuerst erkannte, starb nicht im Elend, oder es gab keinen, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte.«

41 Dies liegt also an einer Unvollkommenheit der Sprache, von der übrigens auch die Zeichensprache der Analysis nicht ganz frei ist; auch da können Zeichenverbindungen vorkommen, die den Schein erwecken, als bedeuteten sie etwas, die aber wenigstens bisher noch bedeutungslos sind, z. B. divergente unendliche Reihen. Man kann dies vermeiden, z. B. durch die besondere Festsetzung, daß divergente unendliche Reihen die Zahl 0 bedeuten sollen. Von einer logisch vollkommenen Sprache (Begriffsschrift) ist zu verlangen, daß jeder Ausdruck, der aus schon eingeführten Zeichen in grammatisch richtiger Weise als Eigenname gebildet ist, auch in der Tat einen Gegenstand bezeichne, und daß kein Zeichen als Eigenname neu eingeführt werde, ohne daß ihm eine Bedeutung gesichert sei. Man warnt in den Logiken vor der Vieldeutigkeit der Ausdrücke als einer Quelle von logischen Fehlern. Für mindestens ebenso angebracht halte ich die Warnung vor scheinbaren Eigennamen, die keine Bedeutung haben. Die Geschichte der Mathematik weiß von Irrtümern zu erzählen, die daraus entstanden sind. Der demagogische Mißbrauch liegt hierbei ebenso nahe, vielleicht näher als bei vieldeutigen Wörtern. »Der Wille des Volkes« kann als Beispiel dazu dienen; denn daß es wenigstens keine allgemein angenommene Bedeutung dieses Ausdrucks gibt, wird leicht festzustellen sein. Es ist also durchaus nicht belanglos, die Quelle dieser Irrtümer wenigstens für die Wissenschaft ein für allemal zu verstopfen. Dann werden solche Einwände wie der eben besprochene unmöglich, weil es dann nie von der Wahrheit eines Gedankens abhängen kann, ob ein Eigenname eine Bedeutung hat.

Wir können diesen Nennsätzen eine Art der Beisätze und Adverbisätze in der Betrachtung anschließen, welche logisch nahe mit ihnen verwandt sind.

Auch Beisätze dienen dazu, zusammengesetzte Eigennamen zu bilden, wenn sie auch nicht wie die Nennsätze allein dazu hinreichen. Diese Beisätze sind Beiwörtern gleich zu achten. Statt »die Quadratwurzel aus 4, die kleiner ist als 0« kann man auch sagen »die negative Quadratwurzel aus 4«. Wir haben hier den Fall, daß aus

einem Begriffsausdrucke ein zusammengesetzter Eigenname mit Hilfe des bestimmten Artikels im Singular gebildet wird, was jedenfalls dann erlaubt ist, wenn ein Gegenstand und nur ein einziger unter den Begriff fällt⁹. Begriffsausdrücke können nun so gebildet werden, daß Merkmale durch Beisätze angegeben werden, wie in unserem Beispiele durch den Satz »die kleiner ist als 0«. Es ist einleuchtend, daß ein solcher Beisatz ebensowenig wie vorhin der Nennsatz als Sinn einen Gedanken noch als Bedeutung einen Wahrheitswert haben kann, sondern er hat als Sinn nur einen Teil eines Gedankens, der in manchen Fällen auch durch ein einzelnes Beiwort ausgedrückt werden kann. Auch hier wie bei jenen Nennsätzen fehlt das selbständige Subjekt und damit auch die Möglichkeit, den Sinn des Nebensatzes in einem selbständigen Hauptsatze wiederzugeben.

Orter, Zeitpunkte, Zeiträume sind, logisch betrachtet, Gegenstände; mithin ist die sprachliche Bezeichnung eines bestimmten Ortes, eines bestimmten Augenblicks oder Zeitraums als Eigenname aufzufassen. Adverbisätze des Orts und der Zeit können nun zur Bildung eines solchen Eigennamens in ähnlicher Weise gebraucht werden, wie wir es eben von den Nenn- und Beisätzen gesehen haben. Ebenso können Ausdrücke für Begriffe, die Orter usw. unter sich fassen, gebildet werden. Auch hier ist zu bemerken, daß der Sinn dieser Nebensätze nicht in einem Hauptsatz wiedergegeben werden kann, weil ein wesentlicher Bestandteil, nämlich die Orts- oder Zeitbestimmung, fehlt, die durch ein Relativpronomen oder ein Fügewort nur angedeutet ist¹⁰.

⁹ Nach dem oben Bemerkten müßte einem solchen Ausdrucke eigentlich durch besondere Festsetzung immer eine Bedeutung gesichert werden, z. B. durch die Bestimmung, daß als seine Bedeutung die Zahl 0 zu gelten habe, wenn kein Gegenstand oder mehr als einer unter den Begriff fällt.

¹⁰ Es sind bei diesen Sätzen übrigens leicht verschiedene Auffassungen möglich. Den Sinn des Satzes »nachdem Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen war entzweiten sich Preußen und Österreich« können wir auch wiedergeben in der Form »nach Losreißung Schleswig-Holsteins von Dänemark entzweiten sich Preußen und Österreich«. Bei dieser Fassung ist es wohl hinreichend deutlich, daß als Teil dieses Sinnes nicht der Gedanke aufzufassen ist, daß Schleswig-Holstein einmal von Dänemark losgerissen ist, sondern daß dies die notwendige Voraussetzung dafür ist, daß der Ausdruck »nach der Losreißung Schleswig-Holsteins von Dänemark« überhaupt eine Bedeutung habe. Es läßt sich freilich unser Satz auch so auffassen, daß damit gesagt sein soll, es sei einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen worden. Dann haben wir einen Fall, der später zu be-

43 Auch in den Bedingungssätzen ist meistens, wie wir es eben bei Nenn-, Bei- und Adverbisätzen gesehen haben, ein unbestimmt andeutender Bestandteil anzuerkennen, dem im Nachsatze ein ebensolcher entspricht. Indem beide aufeinander hinweisen, verbinden sie beide Sätze zu einem Ganzen, das in der Regel nur einen Gedanken ausdrückt. In dem Satze

»wenn eine Zahl kleiner als 1 und größer als 0 ist, so ist auch ihr Quadrat kleiner als 1 und größer als 0«

ist dieser Bestandteil »eine Zahl« im Bedingungssatze und »ihre« im Nachsatze. Eben durch diese Unbestimmtheit erhält der Sinn die Allgemeinheit, welche man von einem Gesetze erwartet. Eben dadurch wird aber auch bewirkt, daß der Bedingungssatz allein keinen vollständigen Gedanken als Sinn hat und mit dem Nachsatze zusammen einen Gedanken, und zwar nur einen einzigen, ausdrückt, dessen Teile nicht mehr Gedanken sind. Es ist im allgemeinen unrichtig, daß im hypothetischen Urteile zwei Urteile in Wechselbeziehung gesetzt werden. Wenn man so oder ähnlich sagt, gebraucht man das Wort »Urteil« in demselben Sinne, den ich mit dem Worte »Gedanke« verbunden habe, so daß ich dafür sagen würde: »In einem hypothetischen Gedanken werden zwei Gedanken in Wechselbeziehung gesetzt.« Dies könnte nur dann wahr sein, wenn ein unbestimmt andeutender Bestandteil fehlte¹¹; dann wäre aber auch keine Allgemeinheit vorhanden.

Wenn ein Zeitpunkt im Bedingungs- und Nachsatze unbestimmt anzudeuten ist, so geschieht es nicht selten nur durch das *Tempus praesens* des Verbs, das in diesem Falle nicht die Gegenwart mitbezeichnet. Diese grammatische Form ist dann im Haupt- und Nebensatze der unbestimmt andeutende Bestandteil. »Wenn sich

trachten sein wird. Versetzen wir uns, um den Unterschied klarer zu erkennen, in die Seele eines Chinesen, der bei seiner geringen Kenntnis europäischer Geschichte es für falsch hält, daß einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen sei. Dieser wird unseren Satz, in der ersten Weise aufgefaßt, weder für wahr noch für falsch halten, sondern ihm jede Bedeutung absprechen, weil dem Nebensatze eine solche fehlen würde. Dieser würde nur scheibar eine Zeitbestimmung geben. Wenn er unseren Satz dagegen in der zweiten Weise auffaßt, wird er in ihm einen Gedanken ausgedrückt finden, den er für falsch hielt, neben einem Teile, der für ihn bedeutungslos wäre.

¹¹ Zuweilen fehlt eine ausdrückliche sprachliche Andeutung und muß dem ganzen Zusammenhang entnommen werden.

44 die Sonne im Wendekreise des Krebses befindet, haben wir auf der nördlichen Erdhälfte den längsten Tag*, ist ein Beispiel dafür. Auch hier ist es unmöglich, den Sinn des Nebensatzes in einem Hauptsatz auszudrücken, weil dieser Sinn kein vollständiger Gedanke ist; denn wenn wir sagen: »die Sonne befindet sich im Wendekreise des Krebses«, so würden wir das auf unsere Gegenwart beziehen und damit den Sinn ändern. Ebensowenig ist der Sinn des Hauptsatzes ein Gedanke; erst das aus Haupt- und Nebensatz bestehende Ganze enthält einen solchen. Übrigens können auch mehrere gemeinsame Bestandteile im Bedingungs- und Nachsatz unbestimmt angedeutet werden.

Es ist einleuchtend, daß Nennsätze mit »was« und Adverbalsätze mit »wo«, »wann«, »wo immer«, »wann immer« vielfach als Bedingungsätze dem Sinne nach aufzufassen sind, z. B.: »Wer Rech angreift, besudelt sich.«

Auch Beisätze können Bedingungsätze vertreten. So können wir den Sinn unseres vorhin angeführten Satzes auch in der Form »das Quadrat einer Zahl, die kleiner als 1 und größer als 0 ist, ist kleiner als 1 und größer als 0« ausdrücken.

Ganz anders wird die Sache, wenn der gemeinsame Bestandteil von Hauptsatz und Nebensatz durch einen Eigennamen bezeichnet wird. In dem Satze:

»Napoleon, der die Gefahr für seine rechte Flanke erkannte, führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung«

sind die beiden Gedanken ausgedrückt:

1. Napoleon erkannte die Gefahr für seine rechte Flanke;
2. Napoleon führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung.

45 Wann und wo dies geschah, kann zwar nur aus dem Zusammenhang erkannt werden, ist aber als dadurch bestimmt anzusehen. Wenn wir unseren ganzen Satz als Behauptung aussprechen, so behaupten wir damit zugleich die beiden Teilsätze. Wenn einer dieser Teilsätze falsch ist, so ist damit das Ganze falsch. Hier haben wir den Fall, daß der Nebensatz für sich allein als Sinn einen vollständigen Gedanken hat (wenn wir ihn durch Zeit- und Ortsangabe ergänzen). Die Bedeutung des Nebensatzes ist demnach ein Wahrheitswert. Wir können also erwarten, daß er sich unbeschadet der Wahrheit des Ganzen durch einen Satz von demselben Wahrheitswert ersetzen lasse. Dies ist auch der Fall; nur muß beachtet werden, daß sein Subjekt »Napoleon« sein muß, aus einem rein grammatischen

Grunde, weil er nur dann in die Form eines zu »Napoleon« gehörenden Beisatzes gebracht werden kann. Sieht man aber von der Forderung ab, ihn in dieser Form zu sehen, und läßt man auch die Anreihung mit »und« zu, so fällt diese Beschränkung hinweg.

Auch in Nebensätzen mit »obgleich« werden vollständige Gedanken ausgedrückt. Dieses Fügewort hat eigentlich keinen Sinn und verändert auch den Sinn des Satzes nicht, sondern beleuchtet ihn nur in eigentümlicher Weise¹². Wir könnten zwar unbeschadet der Wahrheit des Ganzen den Konzessivsatz durch einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzen; aber die Beleuchtung würde dann leicht unpassend erscheinen, wie wenn man ein Lied traurigen Inhalts nach einer lustigen Weise singen wollte.

In den letzten Fällen schloß die Wahrheit des Ganzen die Wahrheit der Teilsätze ein. Anders ist es, wenn ein Bedingungsatz einen vollständigen Gedanken ausdrückt, indem er statt des nur andeutenden Bestandteils einen Eigennamen enthält oder etwas, was dem gleich ist. In dem Satze

»wenn jetzt die Sonne schon aufgegangen ist, ist der Himmel stark bewölkt«

46 ist die Zeit die Gegenwart, also bestimmt. Auch der Ort ist als bestimmt zu denken. Hier kann man sagen, daß eine Beziehung zwischen den Wahrheitswerten des Bedingungs- und Folgesatzes gesetzt sei, nämlich die, daß der Fall nicht stattfindet, wo der Bedingungsatz das Wahre und der Nachsatz das Falsche bedeute. Danach ist unser Satz wahr, sowohl wenn jetzt die Sonne noch nicht aufgegangen ist, sei nun der Himmel stark bewölkt oder nicht, als auch, wenn die Sonne schon aufgegangen ist und der Himmel stark bewölkt ist. Da es hierbei nur auf die Wahrheitswerte ankommt, so kann man jeden der Teilsätze durch einen anderen von gleichem Wahrheitswert ersetzen, ohne den Wahrheitswert des Ganzen zu ändern. Freilich würde auch hier die Beleuchtung meistens unpassend werden: der Gedanke würde leicht abgeschmackt erscheinen; aber das hat mit seinem Wahrheitswert nichts zu tun. Man muß dabei immer beachten, daß Nebengedanken mit anklängen, die aber nicht eigentlich ausgedrückt sind und darum in den Sinn des Satzes nicht eingerechnet werden dürfen, auf deren Wahrheitswert es also nicht ankommen kann¹³.

¹² Ähnliches haben wir bei »aber«, »doch«.

¹³ Man könnte den Gedanken unseres Satzes auch so ausdrücken: »entweder ist jetzt die Sonne noch nicht aufgegangen, oder der Himmel ist

Damit möchten die einfachen Fälle besprochen sein. Werfen wir hier einen Blick auf das Erkannte zurück!

Der Nebensatz hat meistens als Sinn keinen Gedanken, sondern nur einen Teil eines solchen und folglich als Bedeutung keinen Wahrheitswert. Dies hat entweder darin seinen Grund, daß im Nebensatz die Wörter ihre ungerade Bedeutung haben, so daß die Bedeutung, nicht der Sinn des Nebensatzes ein Gedanke ist, oder darin, daß der Nebensatz wegen eines darin nur unbestimmt andeutenden Bestandteils unvollständig ist, so daß er erst mit dem Hauptsatze zusammen einen Gedanken ausdrückt. Es kommen aber auch Fälle vor, wo der Sinn des Nebensatzes ein vollständiger Gedanke ist, und dann kann er unbeschadet der Wahrheit des Ganzen durch einen anderen von demselben Wahrheitswerte ersetzt werden, soweit nicht grammatische Hindernisse vorliegen.

Wenn man alle aufstoßenden Nebensätze hierauf ansieht, so wird man bald solche treffen, die nicht recht in diese Fächer passen wollen. Der Grund davon wird, soviel ich sehe, darin liegen, daß diese Nebensätze keinen so einfachen Sinn haben. Fast immer, scheint es, verbinden wir mit einem Hauptgedanken, den wir aussprechen, Nebengedanken, die auch der Hörer, obwohl sie nicht ausgedrückt werden, mit unseren Worten verknüpft nach psychologischen Gesetzen. Und weil sie so von selbst mit unseren Worten verbunden erscheinen, fast wie der Hauptgedanke selbst, so wollen wir dann auch wohl einen solchen Nebengedanken mit ausdrücken. Dadurch wird der Sinn des Satzes reicher, und es kann wohl geschehen, daß wir mehr einfache Gedanken als Sätze haben. In manchen Fällen muß der Satz so verstanden werden, in anderen kann es zweifelhaft sein, ob der Nebengedanke mit zum Sinn des Satzes gehört oder ihn nur begleitet⁴⁷. So könnte man vielleicht finden, daß in dem Satze

»Napoleon, der die Gefahr für seine rechte Flanke erkannte, führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung.«

nicht nur die beiden oben angegebenen Gedanken ausgedrückt wären, sondern auch der, daß die Erkenntnis der Gefahr der Grund war, weshalb er die Garden gegen die feindliche Stellung führte.

stark bewältigt, woraus zu erschen, wie diese Art der Satzverbindung aufzufassen ist.

⁴⁷ Für die Frage, ob eine Behauptung eine Lüge, ein Eid ein Meineid sei, kann dies von Wichtigkeit werden.

Man kann in der Tat zweifelhaft sein, ob dieser Gedanke nur leicht angeregt oder ob er wirklich ausgedrückt wird. Man lege sich die Frage vor, ob unser Satz falsch wäre, wenn Napoleons Entschluß schon vor der Wahrnehmung der Gefahr gefaßt wäre. Könnte unser Satz trotzdem wahr sein, so wäre unser Nebengedanke nicht als Teil des Sinnes unseres Satzes aufzufassen. Wahrscheinlich wird man sich dafür entscheiden. Im anderen Falle würde die Sachlage recht verwickelt: wir hätten dann mehr einfache Gedanken als Sätze. Wenn wir nun auch den Satz

»Napoleon erkannte die Gefahr für seine rechte Flanke«

durch einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzen, z. B. durch

»Napoleon war schon über 45 Jahre alt«,

so würde damit nicht nur unser erster, sondern auch unser dritter Gedanke geändert, und damit könnte auch dessen Wahrheitswert ein anderer werden – dann nämlich, wenn sein Alter nicht Grund des Entschlusses war, die Garden gegen den Feind zu führen. Hieraus ist zu sehen, weshalb in solchen Fällen nicht immer Sätze von demselben Wahrheitswerte füreinander eintreten können. Der Satz drückt dann eben vermöge seiner Verbindung mit einem anderen mehr aus als für sich allein.

Betrachten wir nun Fälle, wo solches regelmäßige vorkommt. In dem Satze

»Bebel wähnt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachege luste beschwichtigt werden können.«

sind zwei Gedanken ausgedrückt, von denen aber nicht der eine dem Haupt-, der andere dem Nebensatze angehört, nämlich

1. Bebel glaubt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachege luste beschwichtigt werden können;
2. durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens können Frankreichs Rachege luste nicht beschwichtigt werden.

In dem Ausdruck des ersten Gedankens haben die Worte des Nebensatzes ihre ungerade Bedeutung, während dieselben Worte im Ausdruck des zweiten Gedankens ihre gewöhnliche Bedeutung haben. Wir sehen daraus, daß der Nebensatz in unserem ursprünglichen Satzgefüge eigentlich doppelt zu nehmen ist mit verschiedenen Bedeutungen, von denen die eine ein Gedanke, die andere ein Wahrheitswert ist. Weil nun der Wahrheitswert nicht die ganze Bedeutung des Nebensatzes ist, können wir diesen nicht einfach durch

einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzen. Ähnliches haben wir bei Ausdrücken wie „wissen“, „erkennen“, „es ist bekannt“. Mit einem Nebensatz des Grundes und dem zugehörigen Hauptsatz drücken wir mehrere Gedanken aus, die aber nicht den Sätzen einzeln entsprechen. Der Satz[*]

»weil das Eis spezifisch leichter als Wasser ist, schwimmt es auf dem Wasser«

haben wir

1. das Eis ist spezifisch leichter als Wasser;
2. wenn etwas spezifisch leichter als Wasser ist, so schwimmt es auf dem Wasser;
3. das Eis schwimmt auf dem Wasser.

Der dritte Gedanke brauchte allenfalls nicht ausdrücklich aufgeführt zu werden als in den ersten beiden enthalten. Dagegen würden weder der erste und dritte, noch der zweite und dritte zusammen den Sinn unseres Satzes ausmachen. Man sieht nun, daß in unserem Nebensatz

»weil das Eis spezifisch leichter als Wasser ist«

sowohl unser erster Gedanke als auch ein Teil unseres zweiten ausgedrückt ist. Daher kommt es, daß wir unseren Nebensatz nicht einfach durch einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzen können; denn dadurch würde auch unser zweiter Gedanke geändert, und davon könnte leicht auch dessen Wahrheitswert berührt werden.

Ähnlich ist die Sache in dem Satze

»wenn Eisen spezifisch leichter als Wasser wäre, so würde es auf dem Wasser schwimmen«.

- 49 Wir haben hier die beiden Gedanken, daß Eisen nicht spezifisch leichter ist als Wasser, und daß etwas auf dem Wasser schwimmt, wenn es spezifisch leichter als Wasser ist. Der Nebensatz drückt wieder den einen und einen Teil des anderen Gedankens aus. Wenn wir den früher betrachteten Satz

»nachdem Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen war, entzweiten sich Preußen und Österreich«

* [So im Original statt »In dem Satze«. Hrg.]

so aufzufassen, daß darin der Gedanke ausgedrückt ist, es sei einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen worden, so haben wir erstens diesen Gedanken, zweitens den Gedanken, daß zu einer Zeit, die durch den Nebensatz näher bestimmt ist, Preußen und Österreich sich entzweiten. Auch hier drückt dann der Nebensatz nicht nur einen Gedanken, sondern auch einen Teil eines anderen aus. Daher darf man ihn nicht allgemein durch einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzen.

Es ist schwer, alle in der Sprache gegebenen Möglichkeiten zu erschöpfen; aber ich hoffe doch, im wesentlichen die Gründe aufgefunden zu haben, warum nicht immer unbeschadet der Wahrheit des ganzen Satzgefüges ein Nebensatz durch einen anderen desselben Wahrheitswertes vertreten werden kann. Diese sind

1. daß der Nebensatz keinen Wahrheitswert bedeutet, indem er nur einen Teil eines Gedankens ausdrückt;
2. daß der Nebensatz zwar einen Wahrheitswert bedeutet, aber sich nicht darauf beschränkt, indem sein Sinn außer einem Gedanken auch noch einen Teil eines anderen Gedankens umfaßt.

Der erste Fall tritt ein

- a) bei der ungeraden Bedeutung der Worte,
- b) wenn ein Teil des Satzes nur unbestimmt andeuten, statt ein Eigenname zu sein.

Im zweiten Fall kann der Nebensatz doppelt zu nehmen sein, nämlich einmal in gewöhnlicher Bedeutung, das andere Mal in ungerader Bedeutung; oder es kann der Sinn eines Teiles des Nebensatzes zugleich Bestandteil eines anderen Gedankens sein, der mit dem unmittelbar im Nebensatz ausgedrückten zusammen den ganzen Sinn des Haupt- und Nebensatzes ausmacht.

- 50 Hieraus geht wohl mit hinreichender Wahrscheinlichkeit hervor, daß die Fälle, wo ein Nebensatz nicht durch einen anderen desselben Wahrheitswertes ersetzbar ist, nichts gegen unsere Ansicht beweisen, der Wahrheitswert sei die Bedeutung des Satzes, dessen Sinn ein Gedanke ist.

Kehren wir nun zu unserem Ausgangspunkte zurück!

Wenn wir den Erkenntniswert von $a = a$ und $a = b$ im allgemeinen verschieden fanden, so erklärt sich das dadurch, daß für den Erkenntniswert der Sinn des Satzes, nämlich der in ihm ausgedrückte Gedanke, nicht minder in Betracht kommt als seine Bedeutung, das ist sein Wahrheitswert. Wenn nun $a = b$ ist, so ist zwar

die Bedeutung von »*b_k*« dieselbe wie die von »*a_k*« und also auch der Wahrheitswert von »*a*« = *b_k* derselbe wie von »*a*« = *a_k*. Trotzdem kann der Sinn von »*b_k*« von dem Sinn von »*a_k*« verschieden sein, und mithin auch der in »*a*« = *b_k* ausgedrückte Gedanke verschieden von dem [in] »*a*« = *a_k* ausgedrückten sein; dann haben beide Sätze auch nicht denselben Erkenntniswert. Wenn wir, wie oben, unter »Urteile« verstehen den Fortschritt vom Gedanken zu dessen Wahrheitswert, so werden wir auch sagen, daß die Urteile verschieden sind.

Über Begriff und Gegenstand

(*Vischr. f. wissenschaft. Philosophie* 16, 1892, S. 192–205.)

192 *Bernno Kerry* hat in einer Reihe von Artikeln[*] über Anschauung und ihre psychische Verarbeitung in dieser Vierteljahrschrift vielfach teils zustimmend, teils bestreitend auf meine Grundlagen der Arithmetik und andere von meinen Schriften Bezug genommen. Dies kann mir nur erfreulich sein, und ich glaube, mich am besten dadurch erkenntlich zu zeigen, daß ich die Erörterung der von ihm bestrittenen Punkte aufnehme. Um so nötiger scheint mir das zu sein, als sein Widerspruch zum Teil jedenfalls auf einem Mißverstehen meiner Äußerungen über den Begriff beruht, das von andern geteilt werden könnte, und als diese Sache wichtig und schwierig genug ist, um auch abgesehen von dieser besonderen Veranlassung eingehender behandelt zu werden, als wie es mir in meinen Grundlagen passend zu sein schien.

Das Wort »Begriff« wird verschieden gebraucht, teils in einem psychologischen, teils in einem logischen Sinne, teils vielleicht in einer unklaren Mischung von beiden. Diese nun einmal vorhandene Frictheit findet ihre natürliche Beschränkung in der Forderung, daß die einmal angenommene Gebrauchswaise festgehalten werde. Ich habe mich nun dafür entschieden, einen rein logischen Gebrauch streng durchzuführen. Die Frage, ob dieses oder jenes zweckmäßiger sei, möchte ich als weniger wichtig beiseite lassen. Man wird sich leicht über die Ausdrucksweise verständigen, wenn man einmal anerkannt hat, daß etwas da ist, was eine besondere Benennung verdient.

Es scheint mir nun das Mißverstehen *Kerry's* dadurch bewirkt zu sein, daß er unwillkürlich seine eigene Gebrauchswaise des Wortes »Begriff«, mit meiner vermengte. Hieraus entspringen ja leicht Widersprüche, die nicht meiner Gebrauchswaise zur Last fallen.

193 *Kerry* bestreitet das, was er meine Definition von Begriff nennt. Da möchte ich nun zunächst bemerken, daß meine Erklärung nicht als eigentliche Definition gemeint ist. Man kann auch nicht verlangen, daß alles definiert werde, wie man auch vom Chemiker nicht verlangen kann, daß er alle Stoffe zerlege. Was einfach ist, kann nicht zerlegt werden, und was logisch einfach ist, kann nicht ei-

* [Im Erstdruck: »von dem »*a*« = *a_k* ausgedrückten«. Hfsg.]

[V]. *f. wiss. Philos.* 9, 1885, S. 433–493; 10, 1886, 419–467; 11, 1887, 53–116, 249–307; 13, 1889, 71–124, 392–419. Hfsg.]